تقنية التحكم الآلي- نظري

نظم التحكم الصناعية وخواصها

نظم التحكم الصناعية وخواصها

٢

الوحدة الثانية : نظم التحكم الصناعية وخواصها

الأهداف :

بعد انتهائك من دراسة هذه الوحدة تكون قادرا على:

- شرح الغرض من تحويلات لابلاس،
- تعريف تحويل لابلاس،
- إيجاد تحويل لابلاس لبعض الإشارات الأساسية مثل إشارة الخطوة،
- معرفة نظريات التحويل اللابلاسي
- معرفة نمذجة الأنظمة الميكانيكية
- معرفة صمامات التحكم
- معرفة أنواع المتحكمات الصناعية

٢- ١. مقدمة

في أنظمة التحكم الأوتوماتيكي يتم مقارنة القيمة الحقيقية للخرج وقيمة إشارة الدخل والفرق بينهما يسمى إشارة الخطأ error signal أو الانحراف. وتوصل إشارة الخطأ إلى المتحكم الذي يقوم بعمل فعل معين لهذه الإشارة (أي تعديلها) ثم ينتج إشارة تحكم توصل عادة عن طريق مكبر إلى النظام المراد التحكم فيه بحيث يعمل نظام التحكم ككل على تقليل الخطأ بين الدخل والخرج أو يجعل هذا الخطأ صفراً ويصبح الخرج مساويا للدخل. والطريقة التي يستخدمها المتحكم لإنتاج إشارة التحكم تسمى فعل المتحكم ونظرا لأن إشارة الخطأ تكون عادة ذات قدرة صغيرة فإنه في كثير من الحالات يستخدم مكبراً لتكبير قدرة هذه الإشارة لكي تستطيع التأثير على النظام المراد التحكم فيه.
وفي معظم أنظمة التحكم الآلي الصناعية تستخدم الكهرباء أو الموانع المضغوطة مثل الزيت أو الماء للحصول على القدرة اللازمة لتشغيل نظام التحكم. ويمكن تقسيم أنظمة التحكم طبقا لنوع مصدر القدرة المستخدم في التشغيل مثل:

١- أنظمة التحكم التي تعمل بالهواء المضغوط.
٢- أنظمة التحكم الهيدروليكية.
٣- أنظمة التحكم الكهربية.
٤- أنظمة التحكم الإلكترونية الحديثة.
٥- التحكم باستخدام الكمبيوتر.

ويتوقف استخدام نوع معين من أنظمة التحكم على طبيعة الموقع وأحوال التشغيل بالإضافة إلى اعتبارات الأمن والتكاليف والدقة والوزن والحجم وخلافه. وهناك أنواع مختلفة من أنظمة التحكم مثل الأنظمة الكهربائية والميكانيكية والأنظمة الكهربائية الهيدروليكية وكذلك الأنظمة الإلكترونية الهوائية وخلافه. وفي هذه الأنظمة نستخدم مكونات وأجهزة عديدة متنوعة للحصول على مواصفات أداء عالية وتكلفة مناسبة لأنظمة التحكم. وفي الوقت الحاضر يستخدم الكمبيوتر للتحكم في العديد من الصناعات الحديثة وشبكات ومحطات الكهرباء وخلافه نظرا لدقته الفائقة وإمكانياته الكبيرة لتنفيذ متطلبات التحكم المتطورة.

٢- ٢. تحويل لابلاس LAPLACE TRANSFORMATION

٢- ٢- ١. مقدمة Introduction

التحويل اللابلاسي Laplace Transform طريقة تستخدم بشكل مفيد لحل الدوال والمعادلات الرياضية والتفاضلية، وباستخدام التحويل اللابلاسي يمكن تحويل دوال مثل الدوال الجيبية Sinusoidal Function والدوال الآسية Exponential Functions، وغيرها من الدوال إلى دوال جبرية Algebraic Functions في متغير مركب Complex Variable يرمز له بالرمز (S) والعمليات الرياضية مثل التفاضل، والتكامل يمكن أن تبدل أيضا بعمليات جبرية في مستوى مركب يسمى S-plane.

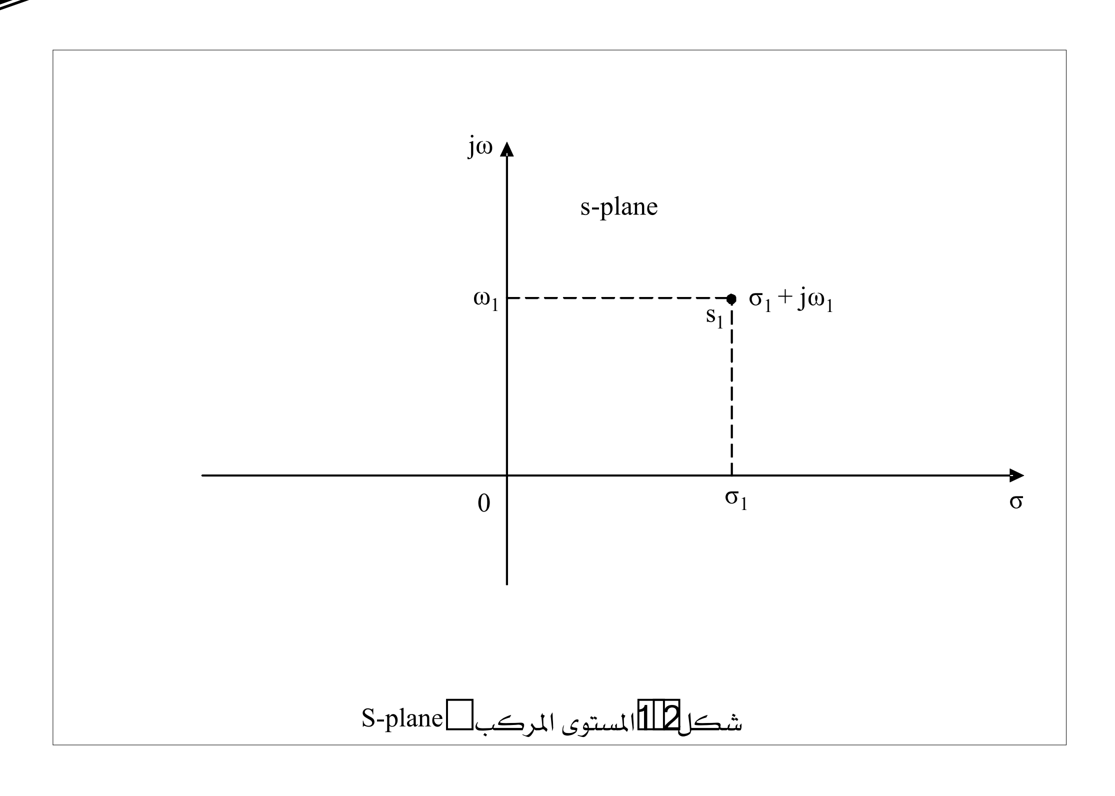
٢- ٢- ٢. المستوى المركب أس Complex S-plane

نظرية المتغير المركب complex variable عندما تطبق على نظام التحكم تعطى كل المعلومات المطلوبة لتحليل وتصميم النظام. يتكون المتغير المركب من جزأين:

أ- جزء حقيقي Real Part ويرمز له بالرمز σ.

ب جزء تخيلي Imaginary Part ويرمز له بالرمز j.ω

يرسم الجزء الحقيقي على الإحداث الأفقي x-axis بينما يرسم الجزء التخيلي على الإحداث الرأسي Y-axis كما هو مبين بالشكل (2-1) والذي يسمى المستوى المركب أس S-plane.



شكل 12 المستوى المركب S-plane

وتكون الدالة التي تحتوى على هذا المتغير المركب هي $G(s)$ وتسمى دالة المتغير المركب وتحتوى على جزأين إحدهما حقيقي والآخر تخيلي إذا كانت S تحتوي على نفس الجزأين ويعبر عنها كالتالي:

$$G(s) = \operatorname{Im} G(s) + \operatorname{Re} G(s) \qquad (1\text{-}2)$$

ويمكن كتابة المعادلة (2-1) كالتالي:

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots\ldots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots\ldots + a_n}$$

وبعد تحليل البسط والمقام تصبح المعادلة كالتالي:

$$G(s) = K\frac{(s - z_1)(s - z_2)\ldots\ldots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\ldots\ldots(s - p_n)} \qquad (٢\text{-}٢)$$

وهذه الدالة يمكن أن تمثل على المستوى المركب S-plane بعد حل معادلة البسط والمقام وإيجاد الجذور (قيم المتغير s المخلفة) فتكون قيم s للمقام $(P_1, P_2, \ldots, P_m)$ تسمى أقطاب المعادلة poles ويرمز لها بالرمز (X) أما قيم البسط $(Z_1, Z_2, \ldots, Z_m)$ فتسمى أصفار المعادلة zero ويرمز لها بالرمز (O). ومن الجدير بالذكر أن القطب pole يلعب دوراً أساسيا في دراسة نظرية التحكم للأنظمة المختلفة.

مثال 2-1:

أوجد قيم الأقطاب والأصفار Poles and Zeros للدالة G_S مع رسم هذه القيم على المستوى المركب S-plane حيث:

$$G(s) = \frac{25(s+4)(s+2)}{s(s+3)(s+5)^2}$$

الحل:

نحصل على Poles بمساواة المقام بالصفر كما يلي

$$s(s+3)(s+5)^2 = 0$$

أي أن:

$S_1=0$, $S_2=-3$ simple poles and $S_{3,4}=-3$ second order poles

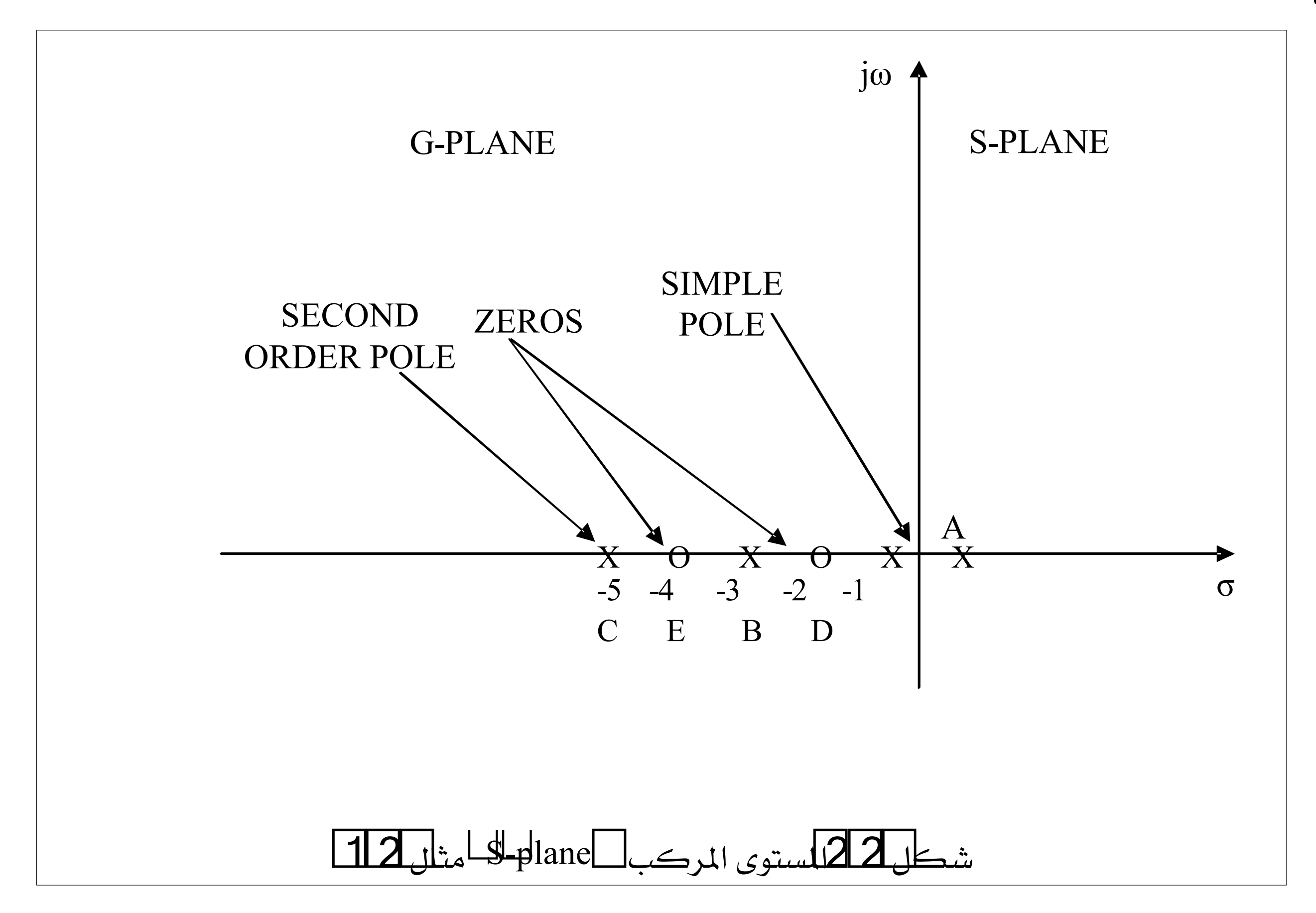
وبمساواة المقام بالصفر نحصل على Zerosكالتالي:

$$25(s+4)(s+2) = 0$$

أي أن:

$$s_1 = -4 \, , s_2 = -2 \ \ (\text{simple zeros})$$

ويمكن تمثيل هذه القيم على المستوى المركب ينتج الشكل (2-2) والذي يوضح poles and zero لهذه الدالة.



شكل 2-2 المستوى المركب S-plane لمثال 2-1

مثال 2-2:

أوجد قيم الأقطاب والأصفار Poles and Zero للدالة G(s) مع رسم هذه القيم على المستوى المركب S-plane حيث:

$$G(s) = \frac{K(s+4)}{(s+6)(s^2+2s-10)}$$

الحل:

بتحليل المقام ينتج:

$$\mathrm{G(s)} = \frac{\mathrm{K(s+4)}}{\mathrm{(s+6)(s+1+j3)(s+1-j3)}}$$

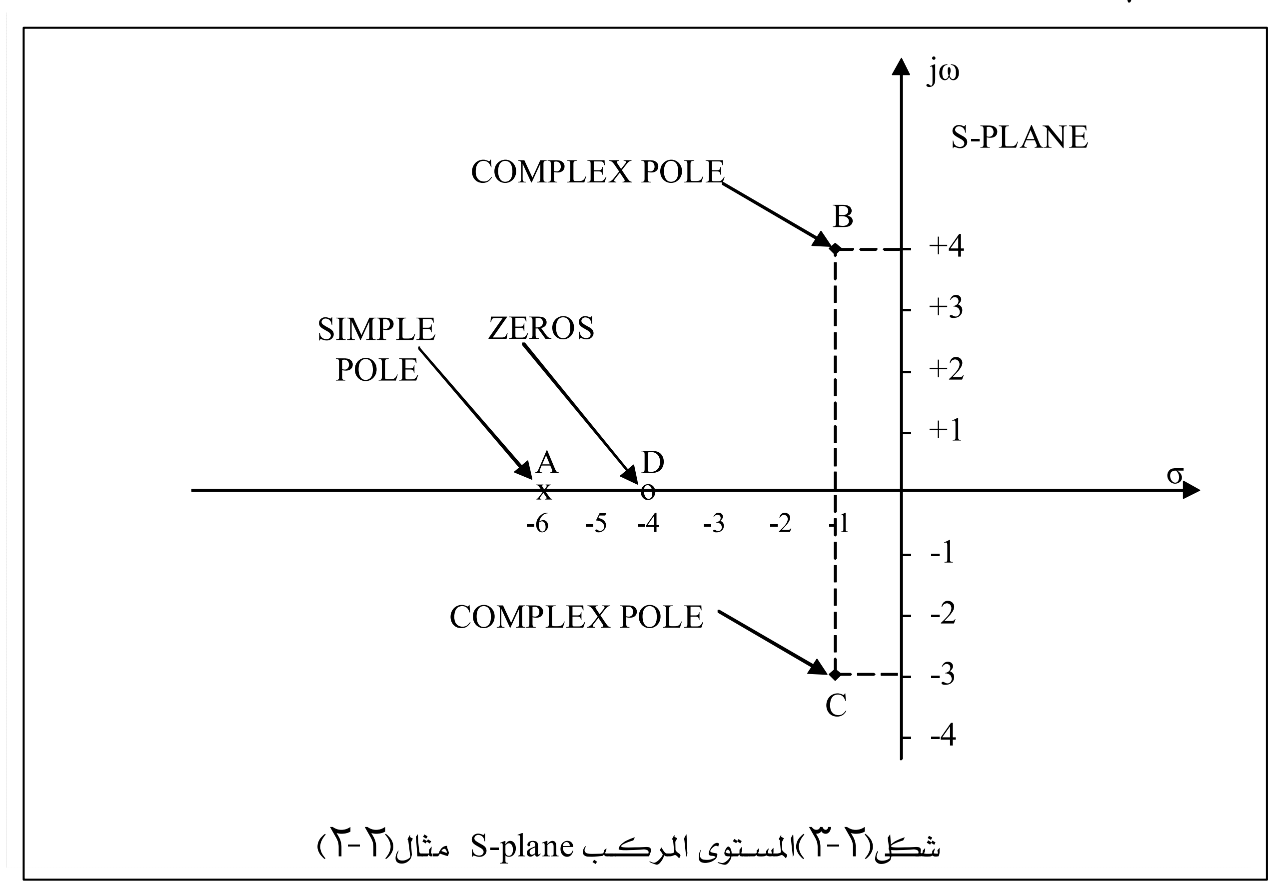
بمساواة المقام بالصفر للحصول على polesكما يلي:

$$(s+6)(s+1+j3)(s+1-j3)=0$$

أي أن:

$$s_1=-6,\ s_2=-1-j3,\ s_3=-1+j3$$

وبتمثيل هذه القيم على المستوى المركب S-plane ينتج الشكل (2-3) والذي يوضح أماكن poles and zeros لهذه الدالة.



شكل(٢-٣)المستوى المركب S-plane مثال(٢-٢)

٢- ٢- ٣. تحويل لابلاس Laplace Transformation

إن التحويل اللابلاسي يعتمد على تحويل الدوال والمعادلات الرياضية التي توصف أنظمه التحكم من f(t) والتي تكون دوال في الزمن (t) إلى دوال أخرى F(s) في متغير مركب (S). أي أن التحويل اللابلاسى يغير الدالة من المستوى الزمني إلى المستوى المركب- Sوبذلك يكون من السهل على المصمم أن يتعامل مع هذه الدوال والمعادلات في تحليل وتصميم أنظمة التحكم الآلي. فإذا عرفنا الآتي:

f(t) = a function of time t دالة في الزمن

s = a complex variable متغير مركب

L = رمز للتحويل اللابلاسي

f(t)F(s) = التحويل اللابلاسي للدالة

ويكون التحويل اللابلاسي للدالة f (t) بتطبيق المعادلة التالية:

$$\mathrm{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty e^{-st} dt[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \qquad (3\text{-}2)$$

مثال 2-3

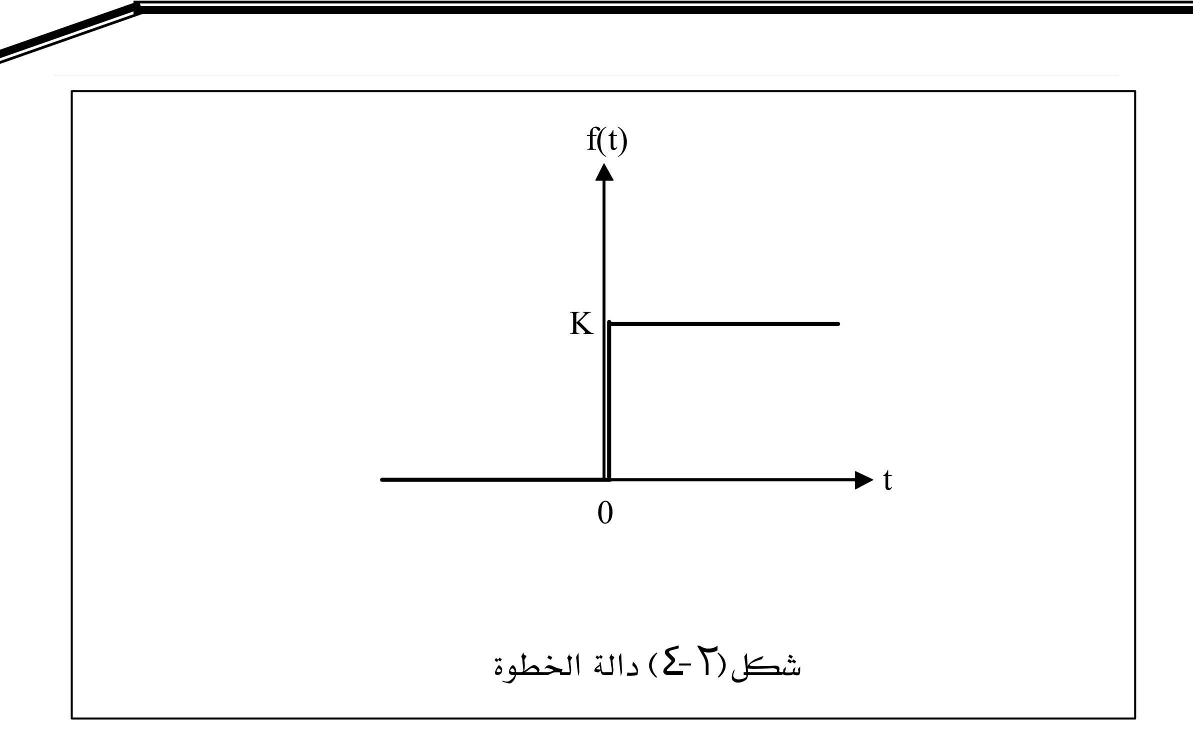
التحويل الابلاسي لدالة الخطوة Step Functions

بدراسة خواص دالة الخطوة المبينة في الشكل (2-4) نجد أنها دالة ثابتة ومفاجئة لا تتغير مع الزمن. ويمكن تمثلها في التطبيقات العملية بإشارة جهد الدخل لنظام تحكم تكون قيمته صفر قبل التشغيل وتصبح له قيمة معينة وثابتة بعد التشغيل ويمكن التعبير رياضيا عن هذه الدالة كالتالي:

$$f(t) = 0 \qquad \text{for } t\langle 0$$

$$\mathrm{f(t)} = \mathrm{K} \qquad \text{for } t \geq 0$$

حيث إنK مقدار ثابت أوجد التحويل الابلاسي لهذه الدالة



شكل(٢-٤) دالة الخطوة

الحل:

التحويل اللابلاسي لهذه الدالة يكون كالتالي:

$$L[f(t)] = \int Ke^{-st}dt$$

$$F(s) = \frac{K}{S}e^{-st}\Big|_0^\infty = -\frac{K}{S}\left[e^{-\infty} - e^{-0}\right] = \frac{K}{S}$$

$$L[f(t)] = F(s) = \frac{K}{S} \qquad \text{if K} = 1 \text{ then } F(s) = \frac{1}{S} \quad \text{(Unit step function)}$$

مثال 2-4:

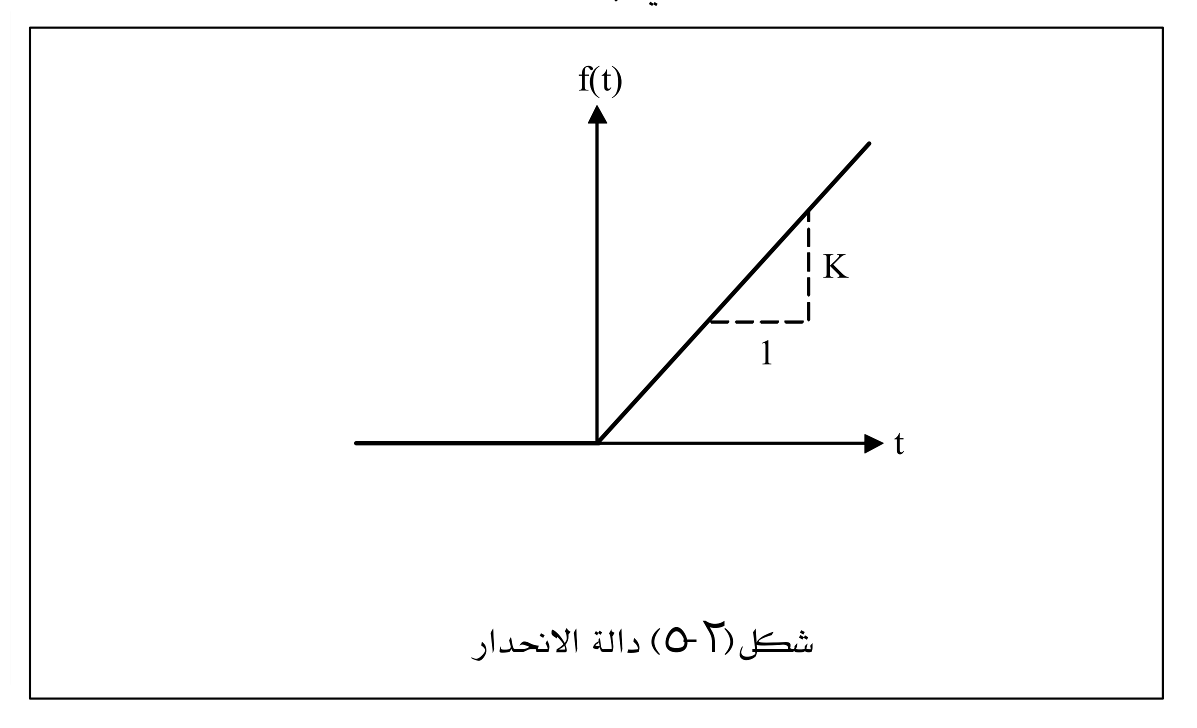
التحويل اللابلاسي لدالة مائلة Ramp Function

بدراسة خواص دالة الانحدار المبينة في شكل (2-5) نجد أنها تتزايد مع الزمن (t) بانتظام ويمكن تمثلها في التطبيقات العملية في إشارة الدخل للدوائر الإلكترونية والتي تتزايد مع الزمن وكذلك تزايد الأحمال على محطات القدرة الكهربائية في فترات ذروة التشغيل. ويمكن التعبير عن هذه الدالة رياضيا كالتالي:

$$f(t) = 0 \qquad \text{for } t < 0$$

$$f(t) = Kt \qquad \text{for } t \geq 0$$

حيث إنK مقدار ثابت. أوجد التحويل اللابلاسي لهذه الدالة



شكل(٢-٥) دالة الانحدار

الحل:

التحويل اللابلاسي لهذه الدالة يكون كالتالي:

$$F(s) = \frac{K}{s^2}$$

وفي حالة ما تكون (k=1) فإن التحويل اللابلاسي يكون:

$$F(s) = \frac{1}{s^2} \qquad \text{(Unit - ramp function)}$$

مثال 2-5:

التحويل اللابلاسي للدالة الآسية Exponential Function

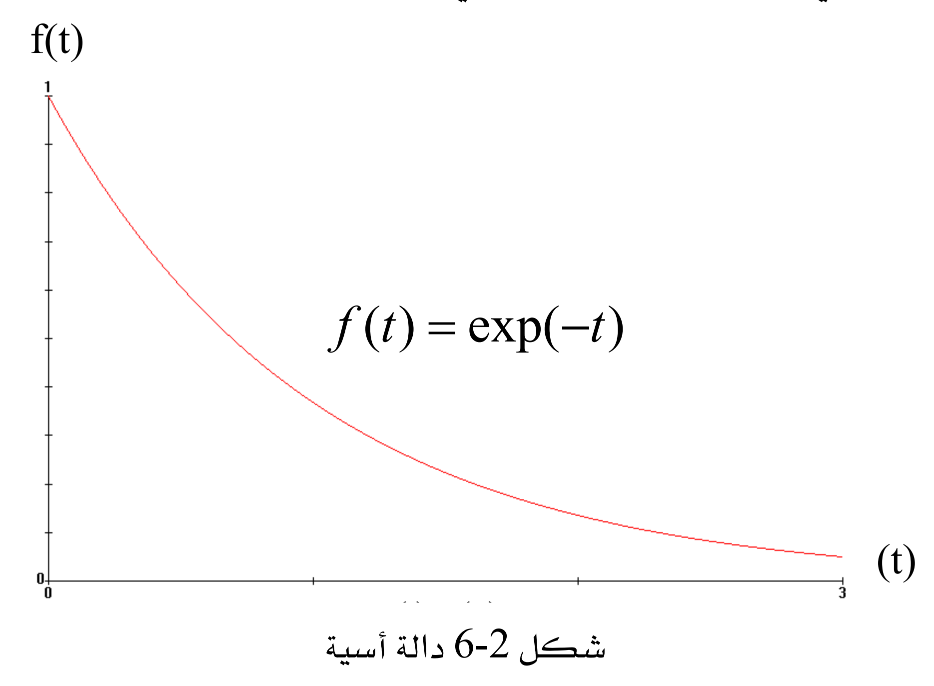
بدراسة خواص الدالة الأسية في شكل (٢- ٦) نجد أن:

$$f(t) = 0 \qquad \text{for } t < 0$$

$$f(t) = e^{-Kt} \qquad \text{for } t \geq 0$$

حيث إن K مقدار ثابت. أوجد التحويل اللابلاسي لهذه الدالة

الحل: التحويل اللابلاسي لهذه الدالة يكون كالتالي:



شكل 2-6 دالة أسية

$$\mathrm{L}[f(t)] = \int_0^\infty e^{-kt} e^{-st} dt = \int_c^\infty e^{-(s+k)t} dt$$

$$F(s) = -\frac{1}{S+K} e^{-(s+a)t} \Big|_0^\infty = -\frac{1}{S+K}\left[e^{-\infty} - e^{-0}\right] = \frac{1}{S+K}[0-1]$$

$$\mathrm{L}[f(t)] = F(s) = \frac{1}{S+K}$$

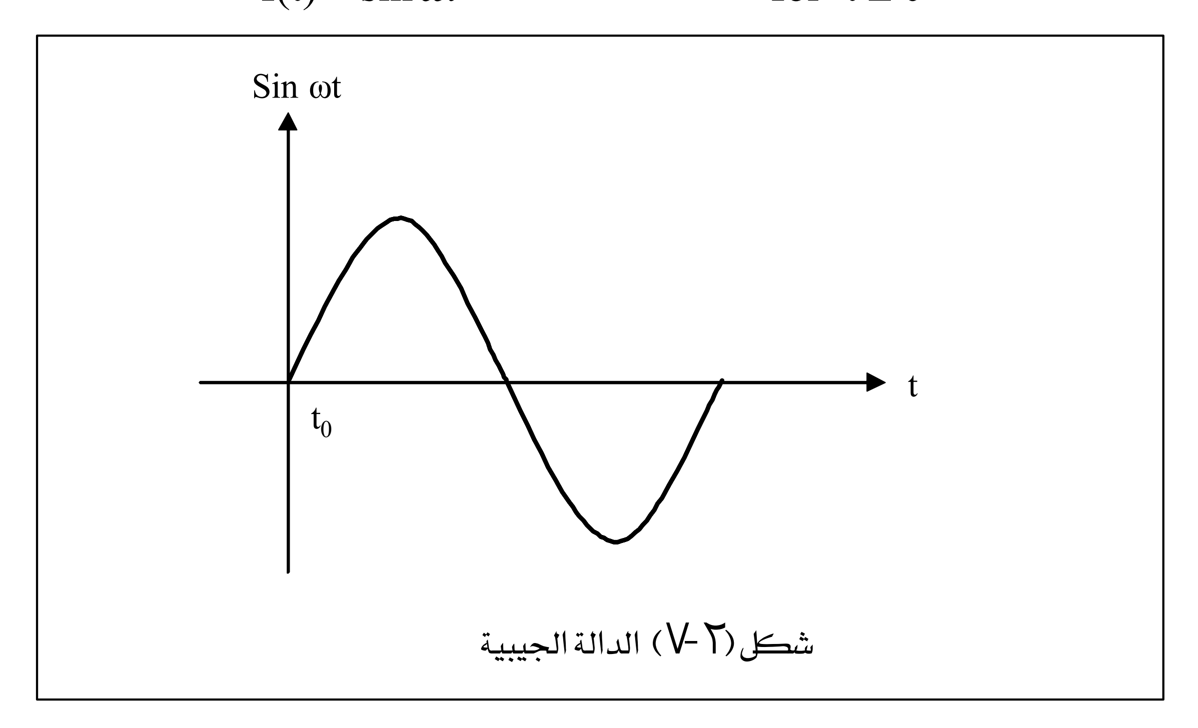
مثال 2-6:

التحويل اللابلاسي للدالة الجيبية Sinusoidal Function

بدراسة خواص الدالة الجيبية المبينة في شكل (2-7) نجد أن :

$$f(t) = 0 \qquad \text{for } t\langle 0$$

$$\mathrm{f(t)} = \sin \omega t \qquad \text{for } t \geq 0$$



شكل (٢-٧) الدالة الجيبية

حيث إن ω السرعة الزاوية. أوجد التحويل اللابلاسي لهذه الدالة

الحل:

التحويل اللابلاسي لهذه الدالة يكون كالتالي:

$$L[\sin \omega t] = F(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

وكذلك في حالة الدالة $(\cos \omega t)$ والتي يعبر عنها كالتالي:

$$f(t) = 0 \qquad \text{for } t < 0$$

$$f(t) = \cos \omega t \qquad \text{for } t \geq 0$$

يكون التحويل اللابلاسي لهذه الدالة هو:

$$L[\cos \omega t] = F(s) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

وهناك جداول للتحويل اللابلاسي والتي تستخدم لتحويل الدوال والمعادلات مباشرة من دالة في الزمن (t) إلى دالة في المتغير (s) كما هو موضح بالأمثلة التالية وكما هو مبين بالجدول رقم (2-1)

مثال 2-7:

أوجد التحويل اللابلاسي للدوال الآتية:

$$1-\mathrm{f(t)}=15$$

$$2-\mathrm{f(t)}=5+4\mathrm{e}^{-2t}$$

$$3-\mathrm{f(t)}=\mathrm{t}-2\mathrm{e}^{-t}$$

$$4-\mathrm{x(t)}=20\sin 4\mathrm{t}$$

$$5-\mathrm{y(t)}=2\mathrm{t}+\cos\mathrm{t}$$

$$6-\mathrm{h(t)}=100+14\mathrm{t}+8\cos\mathrm{t}$$

الحل:

بالنظر في الجدول (2-1) نجد الآتي:

$$1-F(s)=\mathrm{L}[15]=\frac{15}{\mathrm{s}}$$

$$2-\mathrm{F(s)}=\mathrm{L}[5+4\mathrm{e}^{-2t}]=L[5]+L[4e^{-t}]=\frac{5}{\mathrm{s}}+\frac{4}{\mathrm{s}+2}=\frac{9\mathrm{s}+10}{\mathrm{s(s}+2)}$$

$$3-\mathrm{F(s)}=\mathrm{L}[\mathrm{t}-2\mathrm{e}^{-t}]=L[t]-L[2e^{-t}]=(\frac{1}{\mathrm{s}^2})-(\frac{2}{\mathrm{s}+1})=\frac{(1+\mathrm{s}-2\mathrm{s}^2)}{\mathrm{s}^2(s+1)}$$

$$4-\mathrm{X(s)}=\mathrm{L}[20\sin 4\mathrm{t}]=20[\frac{4}{\mathrm{s}^2+4^2}]=\frac{80}{\mathrm{s}^2+16}$$

$$5-\mathrm{Y(s)}=\mathrm{L}[2\mathrm{t}+\cos 3\mathrm{t}]=\frac{2}{\mathrm{s}^2}+\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{s}^2+9}$$

$$6-\mathrm{H(s)}=\mathrm{L}[100+14\mathrm{t}+8\cos\mathrm{t}]=\frac{100}{\mathrm{s}}+\frac{14}{\mathrm{s}^2}+\frac{8\mathrm{s}}{\mathrm{s}^2+1}$$

	f(t)	F(s)
1	unit impulse δ(t)	1
2	Unit step 1(t)	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
5	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
6	sin ωt	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
7	cos ωt	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
8	t^n (n=1,2,3,…)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
9	$t^n e^{-at}$ (t=1,2,3,…)	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
10	$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
11	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt}-ae^{-at})$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
12	$\frac{1}{ab}\left[1+\frac{1}{a-b}(be^{-at}-ae^{-bt})\right]$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$
13	$e^{-at}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
14	$e^{-at}\cos\omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
15	$\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
16	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}e-^{\zeta\omega_n t}\sin\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t$	$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$
17	$\frac{-1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t-\phi)}$ $\phi=\tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\frac{s}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$

٢- ٢- ٤. نظريات التحويل اللابلاسي Laplace Transform Theorems

وفيما يلي بعض خصائص التحويل اللابلاسي والشائعة الاستخدام موضحة في النظريات التالية:

نظرية (١): الضرب في مقدار ثابت Multiplication by a Constant

بفرض أن k مقدار ثابت، F(s) هو التحويل اللابلاسي للدالة f(t) فإن:

$$\mathcal{L}[kf(t)] = kF(s) \qquad (4-2)$$

نظرية (٢): الجمع والطرح Sum and Difference

بفرض أن $F_1(s)$ و $F_2(s)$ هما التحويل اللابلاسي للدوال $f_1(t)$ و $f_2(t)$ على التوالي فإن:

$$\mathcal{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s) \qquad (5-2)$$

نظرية (٣): التفاضل Differentiation

بفرض أن $F(s)$ هي التحويل اللابلاسي للدالة f(t) وأن الدالة f(0) هي قيمتها عند t=0 فإن

$$\mathcal{L}[\frac{df(t)}{dt}] = sF(s) - \lim_{t\to 0} f(t) = sF(s) - f(0) \qquad (6-2)$$

حيث إن f(0) هي القيمة الابتدائية للدالة f(t) محسوبة عند t=0. كذلك فإن التحويل اللابلاسي للتفاضل الثاني للدالة هو:

$$\mathcal{L}[\frac{d^2f(t)}{dt^2}] = sF(s) - sf(0) - f'(0) \qquad (7-2)$$

نظرية (٤): التكامل Integration

التحويل اللابلاسي للتكامل الأول للدالة f(t) هو التحويل اللابلاسي للدالة مقسوم على s فإن:

$$\mathcal{L}[f(\tau)d\tau] = \frac{F(s)}{s} + \frac{f'(0)}{s} \qquad (8-2)$$

حيث إن $f^{-1}(0)$ هو تكامل الدالة محسوب عند t=0 أي أن: $f^{-1}(0) = \int f(t)dt \quad \text{at } t = 0$

الجدول (2-2) يبين هذه النظريات والتي تستخدم لتبسيط التحويل اللابلاسي.

٢- ٢- ٥. تحويل لابلاس العكسي Inverse Laplace Transformation

إن تحويل لابلاس العكسي يعرف بأنه العملية الرياضية التي تستخدم لتحويل الدالة من دالة في المتغير المركب (s) إلى دالة في الزمن (t). ويمكن القول بأنه العملية الرياضية التي يتم فيها تحويل الدالة F(s) إلى الدالة f(t). ويرمز لهذه العملية بالرمز L^{-1} فنجد أن:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t) \quad (9\text{-}2)$$

حيث أن:

التحويل اللابلاسي للدالة F(s)=Laplace transformation of f(t)

تحويل لابلاس العكسي L^{-1} = Inverse laplace transformation

مثال 2-8:

أوجد تحويل لابلاس العكسي للدالة $F(s) = \dfrac{1}{s+10}$

الحل:

باستخدام جدول تحويل لابلاس نجد أن التحويل رقم ٤ في الجدول (2-1) يتناسب مع هذا المثال حيث: a=10 فيكون:

$$f(t) = L^{-1}[\frac{1}{s+10}] = e^{-10t}$$

مثال 2-9:

أوجد تحويل لابلاس العكسي للدالة $F(s) = \dfrac{27}{s^2+81}$

الحل:

بإعادة كتابة الدالة المعطاة كالتالي: $F(s) = 3\dfrac{9}{s^2+9^2}$

وباستخدام جدول تحويل لابلاس نجد أن التحويل رقم ٦ في الجدول (٢- ١) يتناسب مع هذا المثال وان هذه الدالة هي دالة جيبية مضروبة في عدد ثابت هو ٣ حيث $\omega = 9$ فيكو ن:

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = 3\sin(9t)$$

عمليا يتم إيجاد تحويل لابلاس العكسي مباشرة من الجدول (1-2) مما يوفر الوقت المطلوب لحل المعادلات والدوال الرياضية. ولكن في معظم أنظمة التحكم الآلي تكون الدوال معقدة ومركبة ولايمكن إيجادها مباشرة من جدول تحويل لابلاس. في هذه الحالة فإن الأمر يتطلب تبسيط معادلات الدوال الأصلية وذلك عن طريق تقسيمها إلى أجزاء بسيطة يمكن أن يحول كل جزء مباشرة من جدول تحويل لابلاس ويكون تحويل الدالة الأصلية هو عبارة عن مجموع التحويل اللابلاس لكل جزء على حدة. الطريقة المستخدمة لتقسيم هذه الدوال هي طريقة الكسور الجزئية. بالرجوع إلى المعادلة (2-2) السابقة الذكر نجد أن:

$$G(s) = K\frac{(s-z_1)\,((s-z_2).........(\mathrm{s}-z_m)}{(s-P_1)(\mathrm{s}-P_2)..........(s-\mathrm{P_n})}$$

حيث إنK مقدار ثابت وكل من أقطاب المعادلة وكذلك أصفار المعادلة ($Z_1, Z_2,.....Z_m$) هي مقادير ثابتة وغير متساوية وكذلك درجة البسط أقل من درجة المقام فإن $n \rangle m$. وبتقسيم هذه الدالة إلى أجزاء بسيطة ينتج الآتي:

$$\mathrm{F(s)} = \frac{\mathrm{A_1}}{\mathrm{s+p_1}} + \frac{\mathrm{A_2}}{\mathrm{s+p_2}} + ... + \frac{\mathrm{A_n}}{\mathrm{s+p_{n1}}} \quad (10\text{-}2)$$

حيث إن($A_1, A_2,.....A_n$) ثوابت يمكن حسابها من المعادلات الآتية:

$$A_1 = \left|(\mathrm{s+p_1}).\mathrm{F(s)}\right|_{s=-p_1}$$

$$A_2 = \left|(\mathrm{s+p_2}).\mathrm{F(s)}\right|_{s=-p_2}$$

$$A_n = \left|(\mathrm{s+p_n}).\mathrm{F(s)}\right|_{s=-p_n}$$

وبالتعويض عن قيم الثوابت $A_1, A_2,.....A_n$ في المعادلة (10-2) يمكن إيجاد التحويل اللابلاسي العكسي. لهذه الدالة كما يلي:

$$\mathrm{F(t)} = \mathcal{L}^{-1}[\mathrm{F(s)}] = \mathrm{A_1 e^{-p_1 t}} + \mathrm{A_2 e^{-p_2 t}} + ... + \mathrm{A_n e^{-p_n t}}$$

مثال2-10:

أوجد تحويل لابلاس العكسي للدالة الآتية:

$$F(s) = \frac{(s+3)}{(s+1)(s=2)}$$

الحل:

يتم كتابة هذه الدالة على الصورة الآتية:

$$F(s) = \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s+2}$$

وتحسب قيم الثوابت A_1, A_2 كالتالي:

$$A_1 = \left|(s+1)\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}\right|_{s=-1} = \frac{-1+3}{-1+2} = \frac{2}{1} = 2$$

$$A_2 = \left|(s+2)\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}\right|_{s=-2} = \frac{-2+3}{-2+1} = \frac{1}{-1} = -1$$

و بالتعويض عن هذه الثوابت في المعادلة الأولى نحصل على:

$$F(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}$$

و بهذه الطريقة فإن الدالة المركبة قد تحولت إلى صورة مبسطة من جزأين ويكون التحويل اللابلاسي العكسي لها هو:

$$F(t) = \mathcal{L}^{-1}[\frac{2}{s+1}] - \mathcal{L}^{-1}[\frac{1}{s+2}]$$

$$f(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}$$

مثال 2-11 :

أوجد تحويل لابلاس العكسي للدالة الآتية:

$$X(s) = \frac{200}{s(s+10)}$$

الحل:

يتم كتابة هذه الدالة على الصورة الآتية:

$$X(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+10}$$

وتحسب قيم الثوابت A_1, A_2 كالتالي:

$$A_1 = \left| s\frac{200}{s(s+10)} \right|_{s=0} = \frac{200}{0+10} = 20$$

$$A_2 = \left| (s+10)\frac{200}{s(s+10)} \right|_{s=-10} = \frac{200}{-10} = -20$$

وبالتعويض عن هذه الثوابت في المعادلة الأولى نحصل على:

$$X(s) = \frac{20}{s} - \frac{20}{s+10}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \mathcal{L}^{-1}[\frac{20}{s}] - \mathcal{L}^{-1}[\frac{20}{s+10}]$$

$$f(t) = 20 - 20e^{-10t}$$

مثال 2-12:

أوجد تحويل لابلاس العكسي للدالة الآتية:

$$Y(s) = \frac{12}{s(s+1)(s+4)}$$

الحل:

يتم كتابة هذه الدالة على الصورة الآتية:

$$Y(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+1} + \frac{A_3}{s+4}$$

وتحسب قيم الثوابت $A_1, A_2\ A_3$ كالتالي:

$$A_1 = \left| s\frac{12}{s(s+1)(s+4)} \right|_{s=0} = \frac{12}{(0+1)(0+4)} = \frac{12}{4} = 3$$

$$A_2 = \left| (s+1)\frac{12}{s(s+1)(s+4)} \right|_{s=-1} = \frac{12}{1(-1+4)} = \frac{12}{-3} - 4$$

$$A_3 = \left| (s+4)\frac{12}{s(s+1)(s+4)} \right|_{s=-4} = \frac{12}{-4(-4+1)} = \frac{12}{-12} = 1$$

وبالتعويض عن هذه الثوابت في المعادلة الأولى نحصل على:

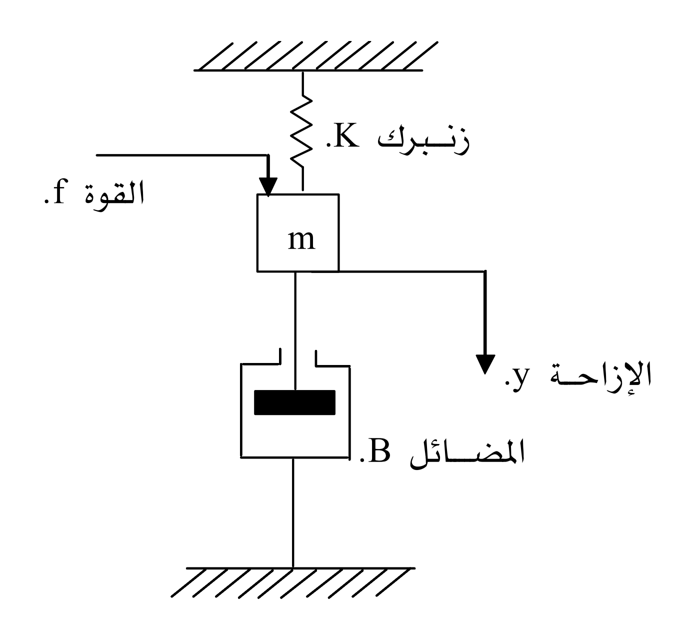
$$Y(s) = \frac{3}{s} - \frac{4}{s+1} + \frac{1}{s+4}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}[\frac{3}{s}] - \mathcal{L}^{-1}[\frac{4}{s+1}] + \mathcal{L}^{-1}[\frac{1}{s+4}]$$

$$y(t) = 3 - 4e^{-t} + e^{-4t}$$

٢- ٢- ٦. نمذجة الأنظمة الميكانيكية الانتقالية modeling of translational Mechanical systems

تتكون الأنظمة الميكانيكية الانتقالية كما هو مبين بالشكل (2-8) من كتلة mass ومضائل dashpot وزنبرك spring. والمضائل يتكون من مكبس piston وأسطوانة مملوءة بالزيت لكي يعطى احتكاكاً لزجاً viscous friction أو إخماداً للحركة damping عن طريق مقاومة الزيت عند مروره من إحدى جهتي المكبس إلى الجهة الأخرى.



شكل(2-8) نظام ميكانيكى انتقالى

وعند عمل نموذج رياضي لهذا النظام الميكانيكي أي للحصول على دالة التحويل لابد من تتبع الخطوات الآتية:

١- يتم كتابة المعادلة التفاضلية لهذا النظام.
٢- يتم إجراء التحويل اللابلاسي للمعادلة التفاضلية مع فرض أن جميع القيم الابتدائية تساوى صفر.
٣- يتم الحصول على دالة التحويل والمعروفة بالنسبة بين الخرج والدخل.

وبتطبيق قانون نيوتن على هذا النظام والذي ينص على أن مجموع القوى المؤثرة على النظام تساوي حاصل ضرب الكتلة في العجلة وتمثل بالمعادلة:

$$\sum F = ma \qquad (11\text{-}2)$$

حيث إن:

m=mass الكتلة

a=acceleration العجلة

force القوة

وتكون عناصر النظام الميكانيكي انتقالي الحركة هي:

أ- الكتلة (M) Mass

وتعرف الكتلة بأنها الوزن مقسوماً على الجاذبية الأرضية

$$M = \frac{w}{g}$$

حيث إن:

W = weight الوزن

g = gravity الجاذبية الأرضية (g=9.8066)

وتكون معادلة القوة المؤثرة على الكتلة $f_m(t)$ كالتالي:

$$f_m(t) = Ma(t) = M\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = M\frac{dv(t)}{dt} \qquad (12\text{-}2)$$

حيث إن: V(t) هي السرعة.

ب- الاحتكاك اللزج (B) Viscous Friction

ويعبر عن معادلة القوة الناتجة عن الزنبرك $f_B(t)$ كالتالي:

$$f_B(t) = B\frac{dy(t)}{dt} \qquad (13\text{-}2)$$

حيث إن:

معامل الاحتكاك اللزج $B = \text{viscous friction}$

الإزاحة الخطية التي تتحركها الكتلة $y(t) = \text{displacement}$

ج- الزنبرك الخطي (K) Linear Spring

يعبر عن معادلة القوة الناتجة عن الزنبرك $f_k(t)$ كالتالي:

$$f_K(t) = Ky(t) \quad (14\text{-}2)$$

حيث إن(K) ثابت الزنبرك وبتطبيق قانون نيوتن المبين بالمعادلة (4-1) على النظام المبين بالشكل (-٨4) ينتج الآتي:

$$f = B\frac{dy}{dt} - Ky = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\therefore\ f = m\frac{d^2y}{dt^2} + B\frac{dy}{dt} + Ky \quad (15\text{-}2)$$

بإجراء التحويل اللابلاسي للمعادلة (2-15) كل جزء على حد ينتج أن:

$$\ell[m\frac{d^2y}{dt^2}] = m[s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)]$$

$$\ell[B\frac{dy}{dt}] = B[sY(s) - y(0)]$$

$$\ell[Ky] = KY(s)$$

$$\ell[f] = F(s)$$

وبفرض أن جميع القيم الابتدائية تساوى صفراً أي أن: $y(0) = y(0) = 0$

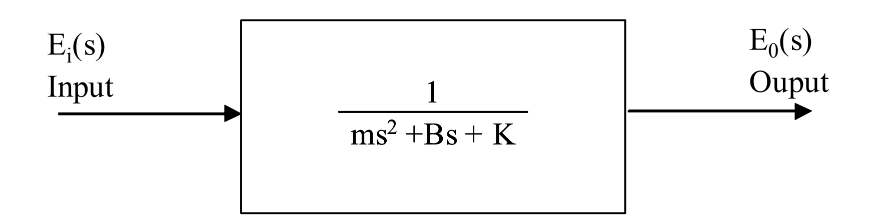
$$(ms^2 + Bs + K)Y(s) = F(s) \quad (16\text{-}2)$$

وتكون دالة التحويل باعتبار أن القوة المؤثرة على الكتلة هي الدخل وأن الإزاحة التي تتحركها الكتلة هي الخرج كما هو مبين بالمعادلة (4-7):



$$T.F. = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + Bs + K} \quad (17\text{-}2)$$

ويكون المخطط الصندوقي لهذا النظام كالتالي:

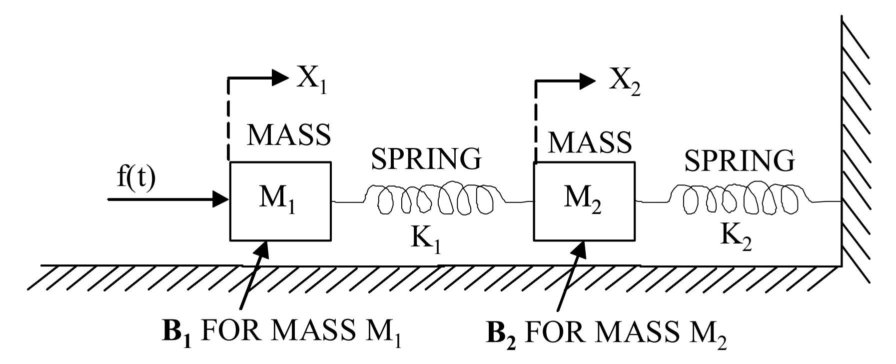


شكل(2-9) المخطط الصندوقى لنظام ميكانيكى انتقالى

مما سبق يتضح أن القوة التي يعطيها الزنبرك Ky تتناسب مع الإزاحة y طرديا وتكون بالسالب لأنها تقاوم حركه النظام. كذلك المضائل يعطي قوة B(dy/dt) تتناسب مع السرعة (dy/dt) طرديا وتكون أيضا إشارتها سالبة . وكذلك يمكن إجراء، التحويل اللالابسي مباشرة للمعادلات التفاضلية طالما فرضنا أن القيم الابتدائية تساوي صفر وذلك بوضعs بدلا من التفاضل الأول (d/dt) ووضع s^2 بدلا من التفاضل الثاني (d^2/dt^2)وهكذا كما هو مبين في المعادلة (6-4).

مثال (2-13):

اكتب المعادلات التفاضلية للنظام الميكانيكي المبين بالشكل (2-10) مع إيجاد دالة التحويل لهذا النظام.



شكل(2-10) نظام ميكانيكى انتقالى

الحل:

المعادلة التفاضلية الأولى بالنسبة إلى نقطة الإزاحة x_1

$$f(t) = M_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} + B_1 \frac{dx_1}{dt} + K_1(x_1 - x_2)$$

المعادلة التفاضلية الثانية بالنسبة إلى نقطة الإزاحة x_2

$$0 = M_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} + B_2 \frac{dx_2}{dt} + K_1(x_1 - x_2) + K_2x_2$$

بإجراء التحويل اللابلاسي للمعادلتين ينتج أن :

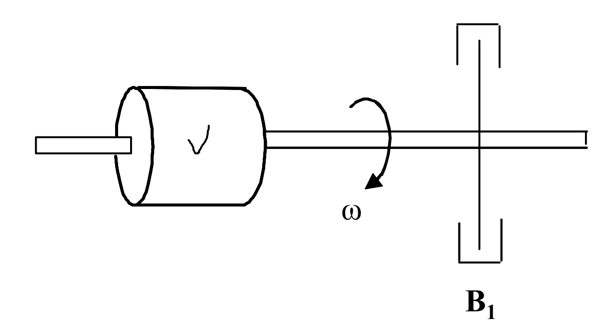
$$F(s) = (M_1s^{2+}B_1s + K_1)X_1(s) - K_1X_2(s)$$

وبالتعويض عن $X_1(s)$ بدلالة $X_2(s)$ يمكن الحصول على دالة التحويل $X_2(s)/F(s)$

٢- ٢- ٧. نمذجة الأنظمة الميكانيكية الدورانية

Modeling of Rotational Mechanical Systems

بدراسة النظام الميكانيكي الدوار المبين بالشكل (2-11) نجد أنه يتكون من عزم قصور ذاتي لحمل ميكانيكي يدار بعمود دوران بسرعة دورانية angular velocity قدرها ω في وجود احتكاك لزج damper وهذا النظام من الناحية العملية يمثل الأجزاء الدورانية في المحركات الكهربائية حيث إن T هو العزم الناتج في المحرك و J هو عزم القصور الذاتي للعضو الدوار و B هو معامل الاحتكاك في كراسي المحاور و ω هي السرعة الزاوية.



شكل(2-11) نظام ميكانيكى دورانى

حيث إن:

عزم القصور الذاتي للحمل J : moment of inertia of the load

معامل الاحتكاك اللزج f : viscous-friction coefficient

السرعة الزاوية لدوران العمود ω : angular velocity (rad/sec)

العزم الميكانيكي للنظام T : torque applied to the system

وبالنسبة للأنظمة الميكانيكية الدوارة يتم تطبيق قانون نيوتن في حالة الحركة الدورانية لتمثيل هذا النظام رياضيا للحصول على دالة التحويل والذي ينص على مجموع العزوم المؤثرة على عمود الدوران تساوي حاصل ضرب عزم القصور الذاتي J × العجلة الزاوية (α) أي أن:

$$\sum T = J\alpha \qquad (18\text{-}2)$$

حيث إن:

العجلة الزاوية α rad/sec^2 =angular acceleration ( )

وتكون عناصر النظام الميكانيكي الدوراني الحركي هي:

أ- عزم القصور الذاتي (J) Inertia

تكون معادلة العزم المؤثرة على جسم له عزم قصور ذاتي $T_J(t)$ كالتالي:

$$T(t) = J\alpha(t) = J\frac{d\omega(t)}{dt} = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \qquad (19\text{-}2)$$

حيث إن: $\theta(t)$ هي الإزاحة الزاوية

ب- الاحتكاك اللزج velocity friction (B)

ويعبر عن معادلة العزم الخاصة بالمضائل $T_B(t)$ كالتالي:

$$T_B(t) = B\frac{d\theta(t)}{dt} \qquad (20\text{-}2)$$

حيث إن:

معامل الاحتكاك اللزج B : viscous friction

الإزاحة الدورانية $\theta(t)$: angular displacement

ج- الزنبرك الدوراني (K) Torsional Spring

ويعبر عن معادلة العزم الخاصة بالزنبرك كالتالي:

$$T_k(t) = K\theta(t) \qquad (21\text{-}2)$$

حيث إن(K) ثابت الزنبرك spring constant

وبتطبيق قانون نيوتن المبين بالمعادلة (4-8) على النظام المبين بالشكل (4-10) ينتج الآتي:

$$T - B\omega = J\frac{d\omega}{dt}$$

$$\therefore T = J\frac{d\omega}{dt} + B\omega \qquad (22\text{-}2)$$

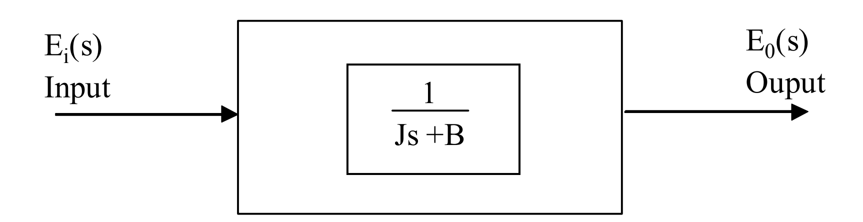
بإجراء التحويل اللابلاسى للمعادلة (2-22) بفرض أن القيم الابتدائية تساوى صفر، ينتج أن:

$$T(s) = (Js + B)\omega(s) \qquad (23\text{-}2)$$

على ذلك فإن دالة التحويل باعتبار السرعة الزاوية هي الخرج والعزم هوالدخل هي:

$$\frac{\omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + B} \qquad (24\text{-}2)$$

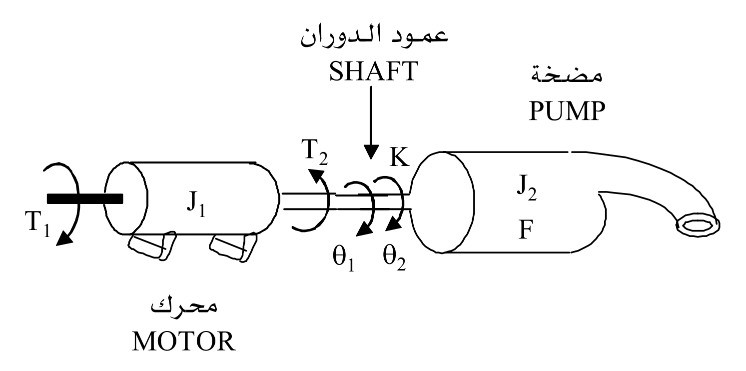
ويكون المخطط الصندوقي لهذا النظام كالتالي:



شكل(2-12) المخطط الصندوقي لنظام ميكانيكي دوار

مثال (**2-13**):

اكتب المعادلات التفاضلية للنظام الميكانيكي المبين بالشكل (2-13) مع إيجاد دالة التحويل لهذا النظام.



شكل(2-13) نظام ميكانيكي دوراني

الحل:

بكتابة المعادلات التفاضلية بالنسبة لθ_1 وبالنسبة ل θ_2 على التوالي ينتج أن:

$$T_1 = (J_1 s^2 + K)\theta_1 - K\theta_2$$
$$\theta_0 = K\theta_1 + (Js^2 + Fs + K)\theta_2$$

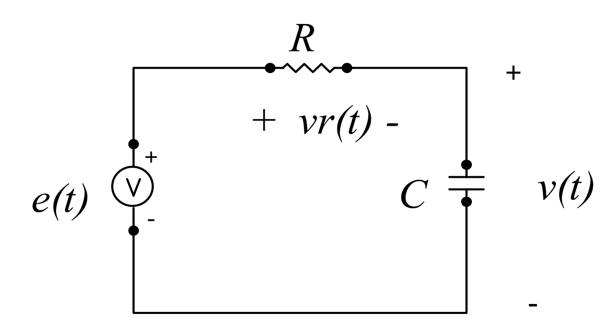
وبالتعويض عن θ_1 بدلالة θ_2 نحصل على دالة التحويل.

٢- ٣. نمذجة الأنظمة الكهربائية

تتكون الأنظمة الكهربائية من دوائر كهربية وإلكترونية تحتوي على عناصر إلكترونية متعددة وبطرق توصيل مختلفة وسوف نتطرق هنا إلى دوائر إلكترونية ذات توصيل توالي مكونة من ثلاثة عناصر (مصدر للجهد $e(t)$ ومقاومة $r(t)$ ومكثف $c(t)$) كما في الشكل (2-14) وتسمى دائرة RC توالي ودوائر مكونة من أربعة عناصر إلكترونية (مصدر للجهد $e(t)$ ومقاومة $r(t)$ ومكثف $c(t)$ وملف $l(t)$) كما في الشكل (2-15) وتسمى دائرة RLC توالي.

مثال (**14-2**):

اكتب المعادلات التفاضلية للنظام الكهربائي الموضح بالدائرة الكهربية التالية:



الشكل 2-14 دائرة RC توالى

الحل:

بناء على قانون كيرشوف للجهد تُكتب العلاقة بين فروق الجهد في الدائرة كالآتي:

$$vr(t) + v(t) = e(t)$$

بما أن العلاقة بين فرق الجهد بين طرفي المقاومة والتيار المار فيها هي:

$$vr(t) = Ri(t)$$

وبما أن العلاقة بين التيار المار في المكثف وفرق الجهد بين طرفيه هي:

$$i((t) = Cv'(t)$$

فإن المعادلة $vr(t) + v(t) = e(t)$

تصبح : $RCv'(t) + v(t) = e(t)$

وهي النموذج الرياضي لدائرة RC الموضحة في الشكل (2-14) وهي عبارة عن معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى.

دالة نقل الدائرة:

للحصول على دالة نقل الدائرة، نُدخِل تحويل لابلاس على طرفي المعادلة

$$RCv'(t) + v(t) = e(t)$$

فتصبح:

$$L(RCv'(t) + v(t)) = L(e(t))$$

ليكن $L(e(t))=E(s)$ و $L(v(t))=V(s)$،

وبناء على قانون الاشتقاق،فإن $L(v'(t))=sV(s)$ ومن ثم تصبح المعادلة

$$L(RCv'(t) + v(t)) = L(e(t))$$

كالتالي:

$$RCsV(s) + V(s) = E(s)$$

ومن ثم تكون دالة نقل الدائرة:

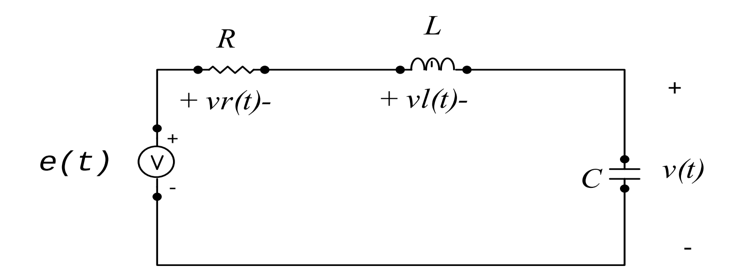
$$G(s) = \frac{V(s)}{E(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

لاحظ العلاقة بين عدد عناصر التخزين ودرجة المعادلة التفاضلية: فالدائرة تحتوي على عنصر تخزين واحد للطاقة وهو المكثف، والمعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى. فنقول أن الدائرة نظام من الرتبة الأولى.

لاحظ كذلك أن مقام دالة النقل كثير الحدود في S من الدرجة الأولى

مثال (**15-2**):

اكتب المعادلات التفاضلية للنظام الكهربائي الموضح بدائرة LRC الكهربية الموضحة بالشكل التالي:



الشكل (15-2) دائرة RLC توالي

الحل

بناء على قانون كيرشوف للجهد نكتب العلاقة الآتية:

$$vr(t) + vl(t) + v(t) = e(t)$$

حيث:

$$vr(t) = Ri(t)$$

$$vl(t) = L\frac{di(t)}{dt} = Li'(t)$$

$$i((t) = Cv'(t)$$

وبالتعويض في المعادلة

$$vr(t) + vl(t) + v(t) = e(t)$$

عن $vr(t)$، $vl(t)$ و$i(t)$ نحصل على:

$$LCv''(t) + RCv'(t) + v(t) = e(t)$$

وهي النموذج الرياضي لدائرة RLC وهي عبارة عن معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى.

دالة نقل الدائرة RLC توالي:

للحصول على دالة نقل الدائرة، نُدخِل تحويل لابلاس على طرفي المعادلة

$$LCv''(t) + RCv'(t) + v(t) = e(t)$$

ليكن $L(e(t))=E(s)$ و $L(v(t))=V(s)$،

فبناء على قانون الاشتقاق، فإن $L(v'(t))=sV(s)$ و $L(v''(t))=s^2V(s)$ ومن ثم تصبح المعادلة :

$$LCv''(t) + RCv'(t) + v(t) = e(t)$$

كالتالي:

$$LCs^2V(s)+RCsV(s)+V(s)=E(s)$$

$$[LCs^2+RCs+1]V(s)=E(s)$$

وتكون دالة نقل الدائرة:

$$G(s)=\frac{V(s)}{E(s)}=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$$

٢- ٤. أنواع المتحكمات الصناعية Types of Industrial Controller

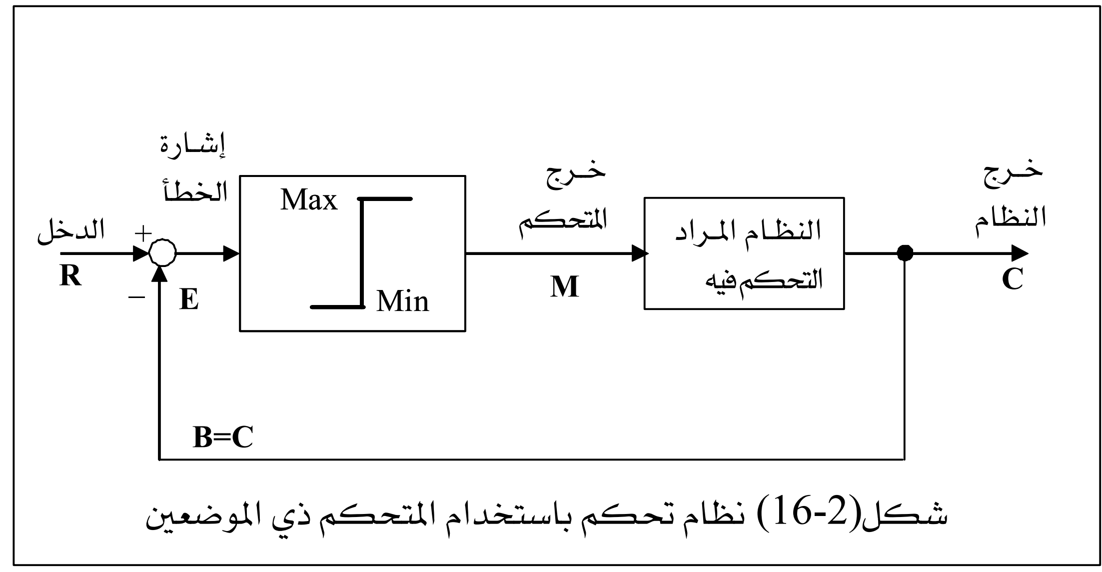
ولما كانت أهمية استخدام المتحكمات في الصناعة غير محدودة فإن هناك أنواعاً عديدة من هذه المتحكمات يمكن تصنيفها حسب فعل المتحكم وهي كالتالي:

١- المتحكم ذو الموضعين Two-position (ON-OFF) Controller
٢- المتحكم التناسبي Proportional Controller (P-Controller)
٣- المتحكم التكاملي Integral Controller (I-Controller)
٤- المتحكم التفاضلي Differential Controller (D-Controller)
٥- المتحكم التناسبي التكاملي PI-Controller
٦- المتحكم التناسبي التفاضلي PD-Controller
٧- المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي PID-Controller

وفيما يلي سوف ندرس كل نوع من هذه الأنواع من حيث نظرية عمله والمعادلات التي تصف عمله ودالة التحويل الخاصة به بالإضافة إلى رسم المخطط الصندوقي وكذلك علاقة إشارة دخل المتحكم بإشارة خرجه.

٢- ٤- ١. المتحكم ذو الموضعين Two-position (ON-OFF) Controller

وتعتمد نظرية عمل هذا النوع كما هو مبين بالشكل (2-16) على أن يكون خرج المتحكم M في أحد موضعين ثابتين (قيمة عظمى أو قيمة صغرى) ولا يأخذ أي موضع آخر. ومثال لذلك عندما يمر بخار في صمام فإنه قد يكون مفتوحاً بالكامل ليمر منه البخار أو مغلق بالكامل ليمنع مرور البخار.



شكل(2-16) نظام تحكم باستخدام المتحكم ذي الموضعين

ويمكن تمثيل عمل هذا المتحكم بالمعادلات الآتية:

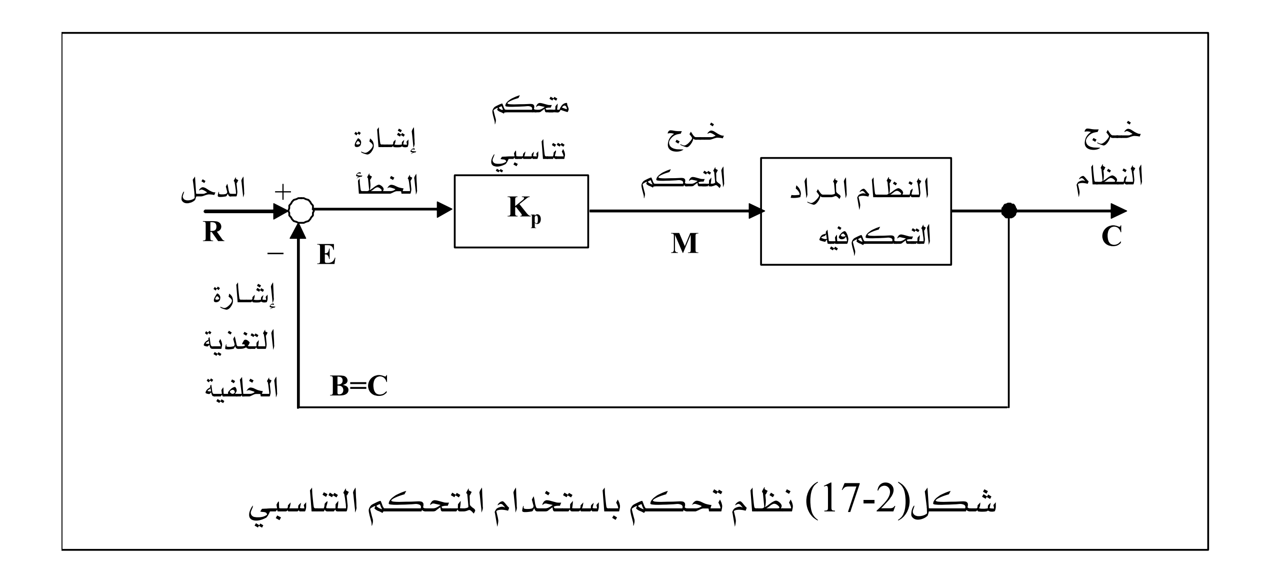
$M=Max$ (قيمة عظمى) for $E>0$ (25-2)

$M=Min$ (قيمة صغرى) for $E>0$ (26-2)

وهذا يعني أن خرج المتحكم M تكون قيمته عظمى (الوضع الأعلى) في حالة إذا كانت إشارة الخطأ موجبة، وتكون قيمته صغرى في حالة إذا كانت إشارة الخطأ سالبة. ومن أحد التطبيقات التي تستخدم هذا النوع من التحكمات هو التحكم في مستوى المياه في خزان باستخدام عوامة والتي تسبب إغلاق أو فتح دائرة كهربائية كلما قل أو زاد مستوى المياه في الخزان على التوالي، حيث إن الدائرة الكهربائية تكون مسؤولة عن فتح أو قفل صمام دخول المياه للخزان.

٢- ٤- ٢. المتحكم التناسبي Proportional Controller (P-Controller)

وتعتمد نظرية عمل هذا النوع كما هو مبين بالشكل (2-17) على قيام المتحكم بضرب إشارة الخطأ في مقدار ثابت K_P يسمى الكسب التناسبي.



شكل(2-17) نظام تحكم باستخدام المتحكم التناسبي

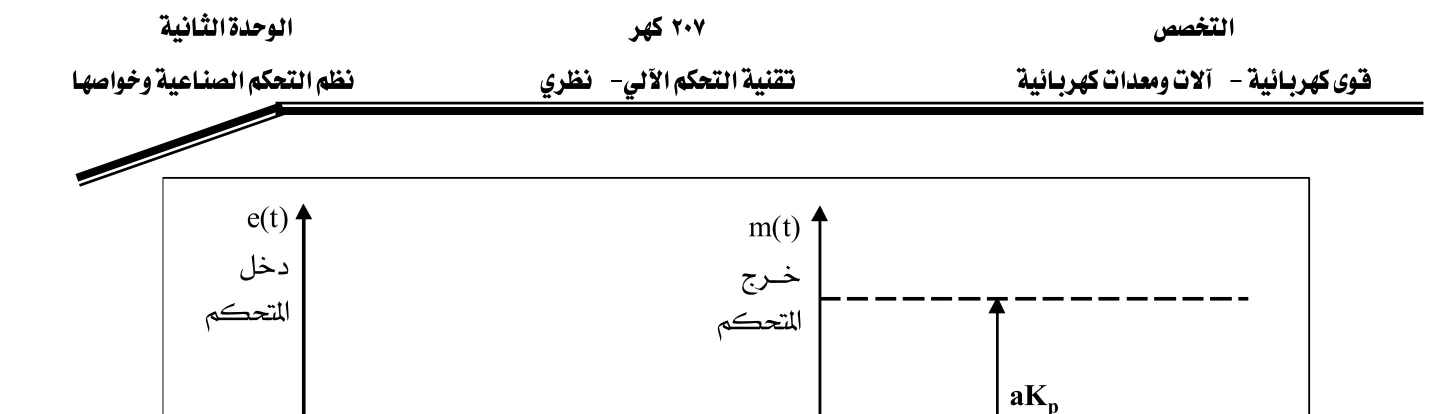
ومن خصائص هذا المتحكم أنه كلما زادت قيمة كسب المتحكم K_P تقل قيمة الخطأ أي أن التناسب بينهما عكسيا. ولكن نجد أن زيادة K_P يمكن أن تسبب زيادة في عدد ترددات خرج النظام أو عدم استقرار النظام. لذا يجب اختيار قيمة K_P لتوائم متطلبات تقليل الخطأ (أي زيادة الدقة) ومتطلبات الاستقرار في نفس الوقت. والمعادلات التالية تبين العلاقة بين دخل المتحكم وخرجه كما يلي:

$$m(t) = K_P e(t) \quad (27\text{-}2)$$

$$M(s) = K_P E(s) \quad (28\text{-}2)$$

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_P \quad (29\text{-}2)$$

ويبين الشكل (2-18) العلاقة بين إشارتي الدخل والخرج للمتحكم التناسبي. فإذا كانت قيمة إشارة دخل المتحكم إشارة الخطأ (a) فولت مثلا فإن قيمة إشارة خرج المتحكم هي حاصل ضرب كسب المتحكم K_P في قيمة الخطأ a.



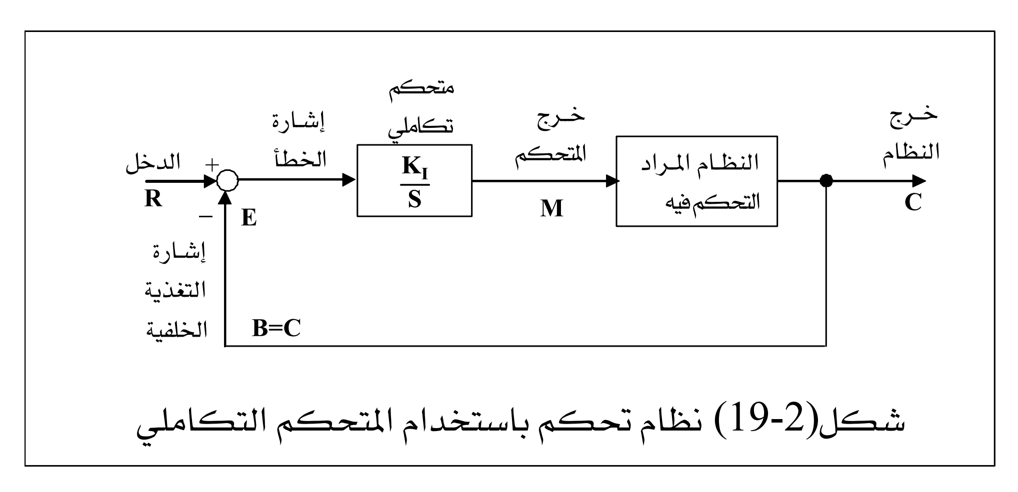
شكل(2-18) إشارتا دخل وخرج المتحكم التناسبي

ويتضح من هذا أن عمل المتحكم التناسبي أساسا هو كمكبر وهناك أنواع كثيرة في الحياة العملية لهذا النوع من التحكم منها التي تعمل بالهواء المضغوط والتي تعمل بالزيت أو بالماء المضغوط بالإضافة إلى المكبرات الإلكترونية والمكبرات المغناطيسية والمكبرات الكهربية.

٢- ٤- ٣. المتحكم التكاملي I-Controller

وتعتمد نظرية عمل هذا النوع على قيام هذا المتحكم بإجراء عملية تكامل لإشارة الخطأ كما هو مبين بالشكل(2-19) والمعادلات التالية. ويتميز هذا النوع من التحكم بأنه يتلاشى الخطأ ويمكن توضيح ذلك من المعادلة الأولى بفرض أن النظام كان في حالة الاستقرار وأن الخرج يساوي الدخل أي أن (R=C) وبذلك تكون إشارة الخطأ تساوي صفر أي أن:

$$E=R-C=0$$



شكل(2-19) نظام تحكم باستخدام المتحكم التكاملي

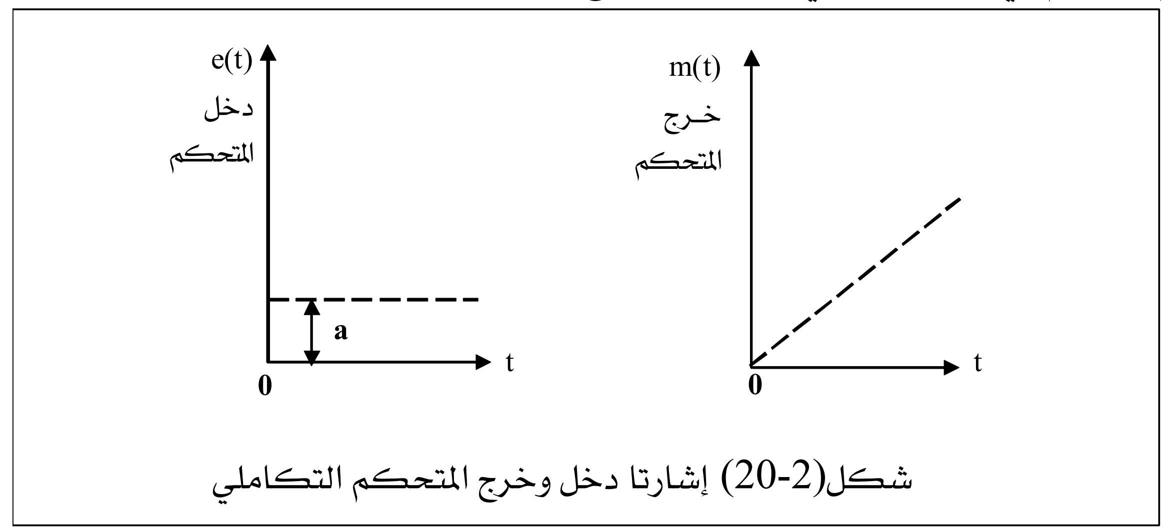
وتكون المعادلات التي توصف هذا النظام كالتالي :

$$m(t) = K_I \int_0^t e(t)dt \qquad (30\text{-}2)$$

$$M(s) = K_I \frac{1}{s} E(s)$$

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s} \qquad (31\text{-}2)$$

فإذا حدث نقص مفاجئ في خرج النظام بحيث أصبح الفرق بين الدخل والخرج مقداراً ثابتاً a كما هو مبين في الشكل (2-20) والذي يوضح العلاقة بين دخل وخرج المتحكم التكاملي في حالة استخدامه للتحكم في نظام ذي دائرة مغلقة أي أن الخطأ يصبح e(t)=a.



شكل(2-20) إشارتا دخل وخرج المتحكم التكاملي

فيصبح خرج المتحكم طبقا للمعادلة (2-30)كالتالي:

$$m(t) = K_I \int_0^t a\, dt$$

$$m(t) = K_I\, a\, t + C \qquad (32\text{-}2)$$

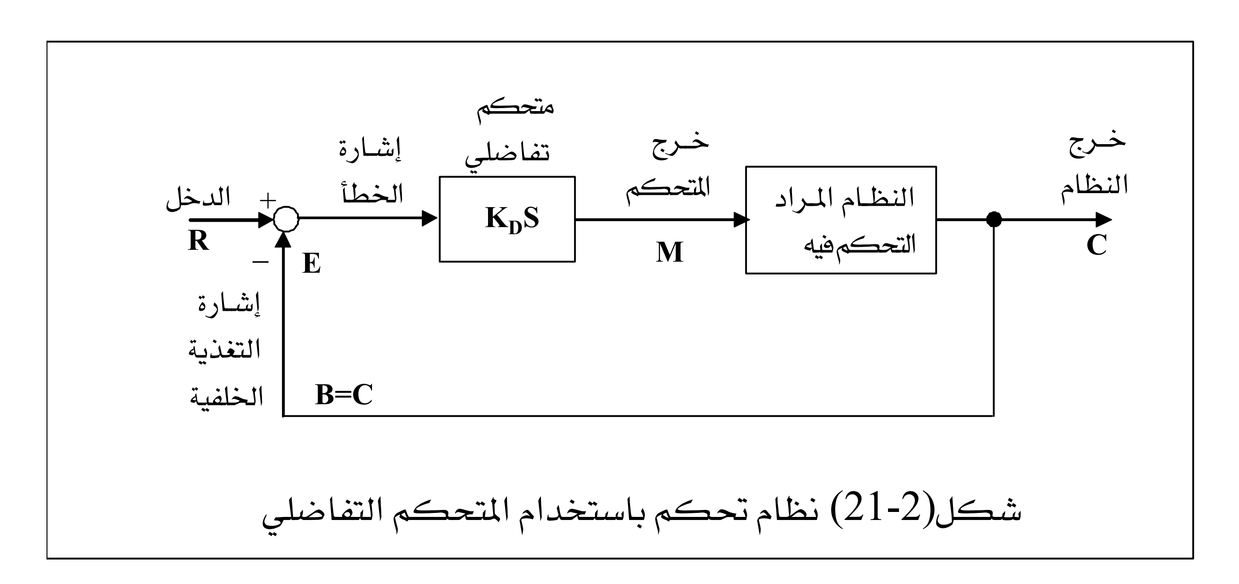
من هذا يتضح أنه بزيادة الزمن t فإن خرج المتحكم m(t) يستمر في التزايد كما هو مبين في الشكل (2-20) وهذا التزايد يؤثر على النظام المراد التحكم فيه حتى يزداد الخرج ويتساوى مع الدخل وتصبح إشارة الخطأ صفر. وبذلك يتلاشى المتحكم التكاملي الخطأ بين الدخل والخرج بتعديل قيمة الخرج

حتى تتساوى تماما مع قيمة الدخل . وهذا النوع من التحكم بالرغم من أنه يحقق الدقة المطلوبة ويتلاشى الخطأ بين الدخل والخرج إلا أنه قد يؤدي إلى عدم استقرار النظام إذا كانت قيمة K_I عالية .

ويسمى الثابت K_I معدل إعادة الضبط reset rate أي المعدل الذي يعمل به المتحكم لإعادة ضبط الخرج C لتتساوى مع قيمة الدخل R. وكلما زادت قيمة هذا المعدل K_I كلما كانت عملية إعادة الضبط أسرع ، ولكن هذا قد يؤدي إلى وجود ترددات كثيرة في الخرج أو عدم الاستقرار لذا يجب اختيار القيمة المناسبة لهذا المعدل K_I. وكما هو الحال في المتحكمات التناسبية فإن المتحكمات التكاملية الصناعية تكون مزودة عادة بوسيلة لضبط K_I لتناسب التطبيق العلمي.

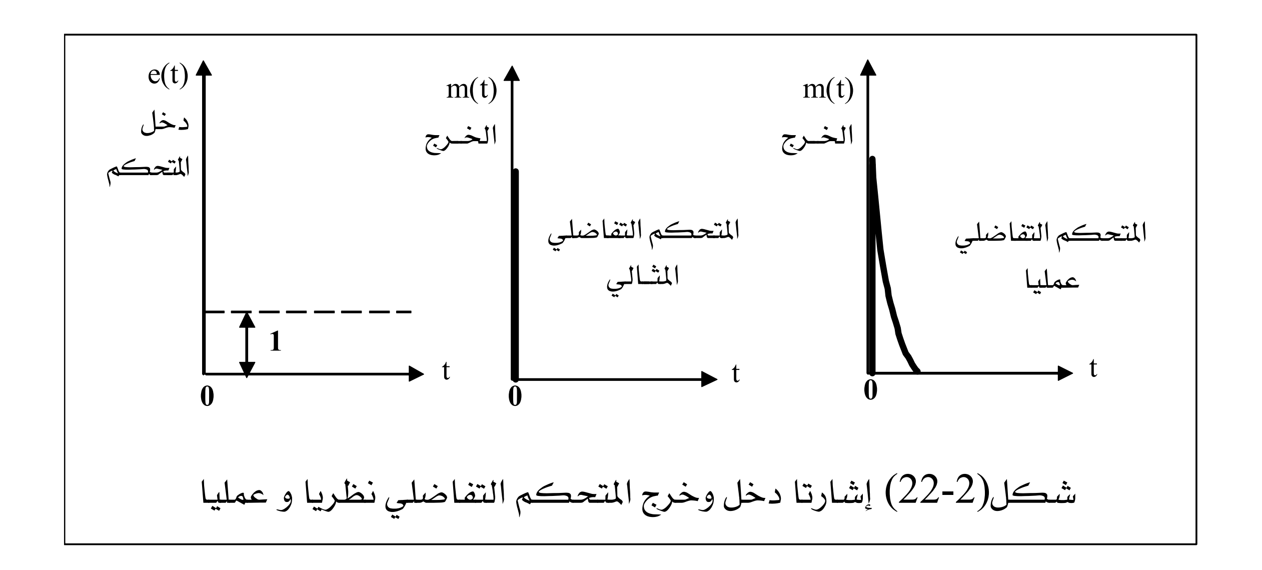
٢- ٤- ٤. المتحكم التفاضلي D-Controller

وتعتمد نظرية عمل هذا النوع على قيام هذا المتحكم بإجراء عملية تفاضل لإشارة الخطأ كما هو مبين بالشكل (2-21). والمتحكم التفاضلي يسمى في بعض الأحيان (rate controller) حيث إن المتحكم يعمل على أساس معدل تغير إشارة الخطأ بالنسبة للزمن.



شكل(2-21) نظام تحكم باستخدام المتحكم التفاضلي

ويلاحظ أن في حالة ثبات قيمة دخل المتحكم التفاضلي (ثابت إشارة الخطأ) فإن خرج المتحكم التفاضلي يساوي صفراً وذلك لأن تفاضل المقدار الثابت يساوي صفر. ولذا فإن المتحكم التفاضلي لا يستخدم بمفرده في الحياة العملية لأنه يعمل فقط في الحالات العابرة أي أثناء تغير إشارة الخطأ. ويبين شكل (2-22) العلاقة بين دخل وخرج المتحكم في حالة كون إشارة دخل المتحكم عبارة عن حالة قفزة قدرها الوحدة unit step function.



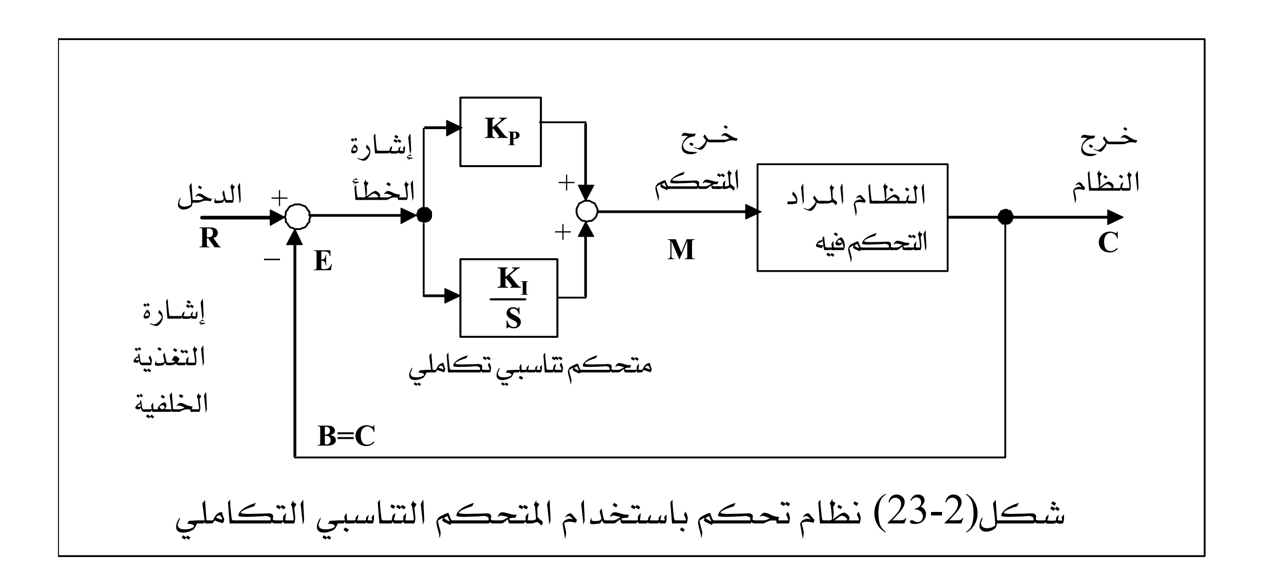
شكل(2-22) إشارتا دخل وخرج المتحكم التفاضلي نظريا و عمليا

ومن الملاحظ أن خرج المتحكم التفاضلي يساوي صفراً عند ثبات قيمة إشارة الدخل أما في لحظة (t=0) وأثناء تغيير إشارة دخل المتحكم من صفر إلى واحد فإن خرج المتحكم يكون عبارة عن نبضة لها قيمة مرتفعة وسرعان ما تصل إلى الصفر عند ثبات قيمة الدخل هذا من الناحية النظرية (متحكم تفاضلي مثالي). وعمليا فإن خرج المتحكم التفاضلي يأخذ بعض الوقت (زمن قليل جدا) للوصول إلى الصفر. وإذا كانت إشارة دخل المتحكم التفاضلي عبارة عن حالة انحدار x(t)=0 فإن خرج المتحكم في هذه الحالة يساوي مقداراً ثابتاً. والعيب الرئيس في المتحكم التفاضلي أنه يكبر إشارة الضوضاء فإذا كانت إشارة دخل المتحكم التفاضلي محملة ببعض الضوضاء فإن المتحكم سوف يكبر هذه الضوضاء وهذا قد يؤدى إلى مشاكل من الناحية العملية حيث إن معظم الإشارات في التطبيقات العملية تكون محملة بنسبة من الضوضاء.

٢- ٤- ٥. المتحكم التناسبي التكاملي PI-Controller

وتعتمد نظرية عمل هذا النوع على كل من فعل المتحكم التناسبي بالإضافة إلى فعل المتحكم التكاملي أي أنه يقوم بضرب إشارة الخطأ في رقم ثابت K_P بالإضافة إلى تكاملها كما هو موضح في المخطط الصندوقي المبين في الشكل (2-23) للمتحكم التناسبي التكاملي فإن المقدار الثابت K_P هو كسب الجزء التناسبي من المتحكم أما K_I فهو كسب الجزء التكاملي. وبعض الشركات الصناعية تستخدم معاملاً آخر للجزء التكاملي من المتحكم هو $T_I = \frac{1}{K_I}$ وفي هذه الحالة يتم تمثيل الجزء التكاملي

بالمقدار ($\frac{1}{T_I s}$). والمتحكمات الصناعية من هذا النوع تزود عادة بوسيلة لضبط كل من $K_P, K_I,$ or T_I للتمكن من اختيار القيم المناسبة حسب الاستخدامات والتطبيقات في الحياة العملية.



شكل(2-23) نظام تحكم باستخدام المتحكم التناسبي التكاملي

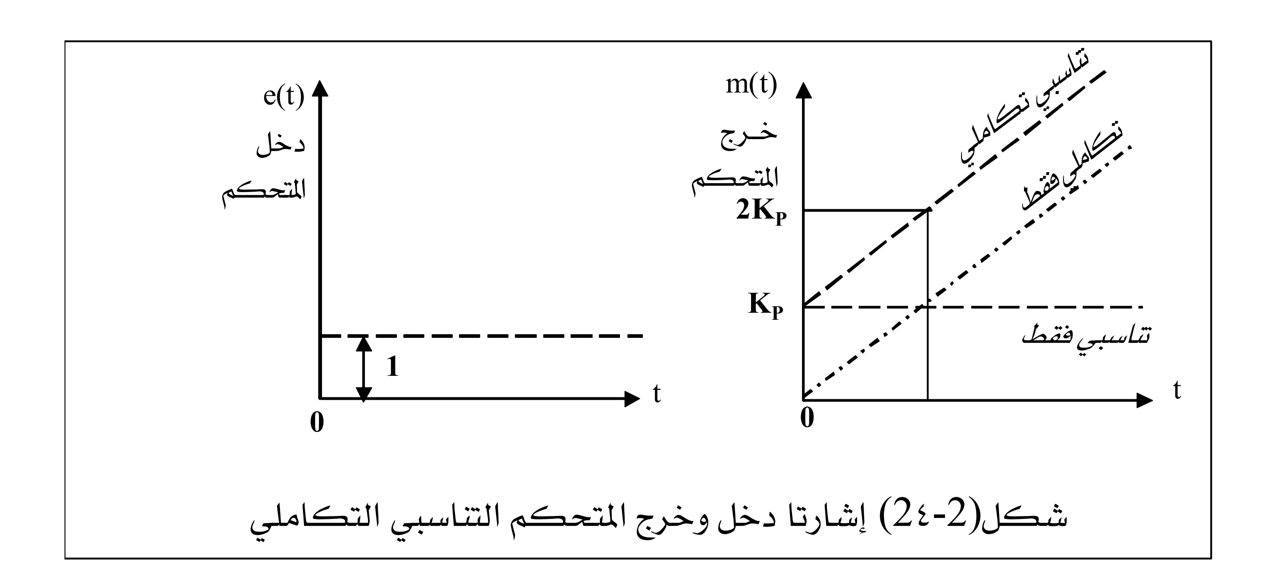
ويتضح العمل الأساسي لهذا النوع من المتحكمات من المعادلات الآتية:

$$m(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t)dt \qquad (23\text{-}2)$$

$$M(s) = K_P E(s) + \frac{K_I}{s} E(s) = (K_P + \frac{K_I}{s})E(s)$$

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} \qquad (24\text{-}2)$$

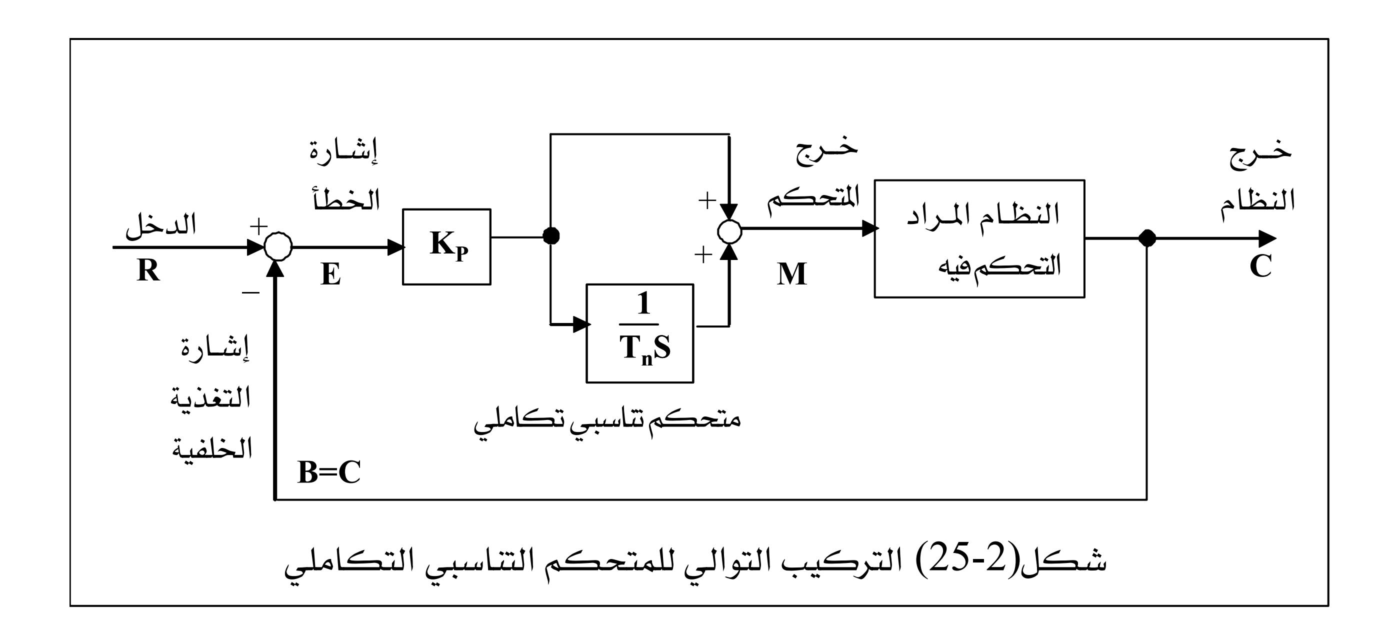
ويبين شكل (2-24) العلاقة بين دخل وخرج المتحكم. فإذا كانت قيمة إشارة الخطأ تساوي واحد. فإن الخرج يكون كما هو موضح بالشكل. أما إذا كان المتحكم التناسبي فقط يكون خرج المتحكم قيمة ثابتة K_P كما هو موضح بالخط الأفقي. أما في حالة المتحكم التناسبي التكاملي فتتزايد قيمة خرج المتحكم كما هوموضح بالخط المائل العلوي.



شكل(2-٢٤) إشارتا دخل وخرج المتحكم التناسبي التكاملي

ويلاحظ أن الطريقة التي تم توصيل المتحكم التناسبي التكاملي بها في شكل (2-23) تسمى طريقة تركيب التوازي.

ويوجد طريقة أخرى أكثر شيوعا لتوصيل المتحكم التناسبي التكاملي في الحياة العملية تسمى طريقة تركيب التوالي كما هو مبين بالشكل (2-25).



شكل(2-25) التركيب التوالي للمتحكم التناسبي التكاملي

وبإعادة كتابة المعادلة (34-2) السابقة بعد ضرب الجزء التكاملي في ($\frac{K_P}{K_P}$) وتصبح المعادلة:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s}\frac{K_P}{K_P}$$

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_P(1 + \frac{K_I}{K_P s})$$

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_P(1 + \frac{1}{\frac{K_P}{K_I}s})$$

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_P(1 + \frac{1}{T_n s}) \qquad (35\text{-}2)$$

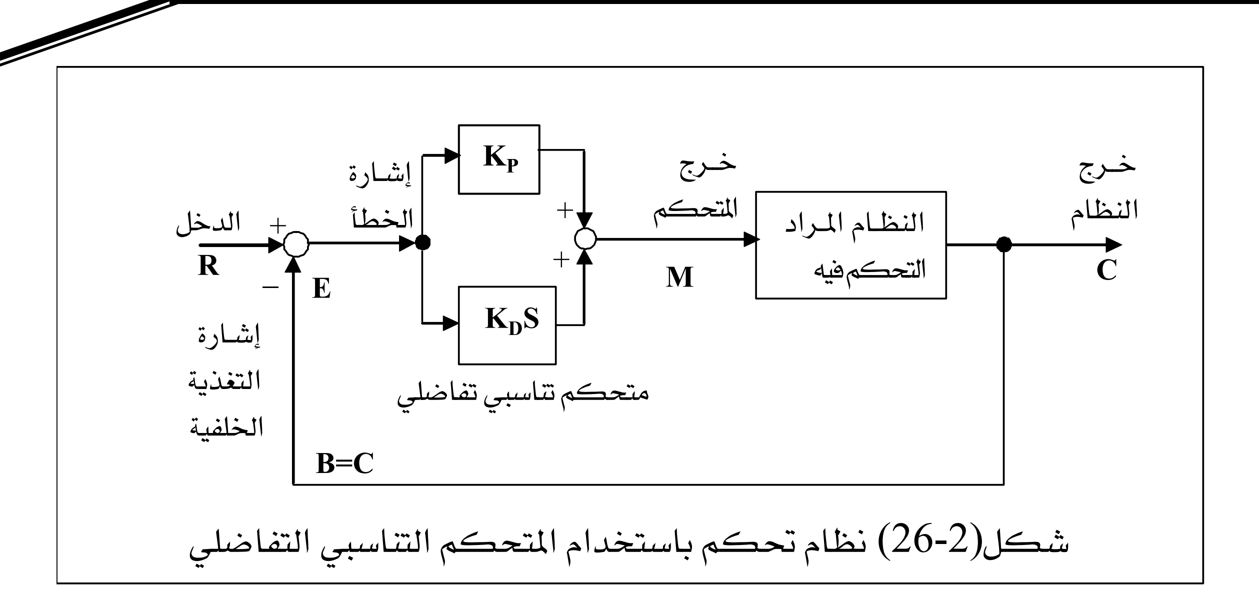
حيث إن:

$$T_n = \frac{K_P}{K_I} = K_P T_I$$

وتزود هذه المتحكمات أيضا في الحياة العملية بوسيلة لضبط قيم كل من $K_P\ T_n$, ويتضح من شكل (25-2) أن تغيير K_P يؤثر على الجزء التناسبي والجزء التكاملي في نفس الوقت أما تغيير T_n فيؤثر على الجزء التكاملي فقط.

٢- ٤- ٦. المتحكم التناسبي التفاضلي PD-Controller

وتعتمد نظرية عمله على كل من فعل المتحكم التناسبي وفعل المتحكم التفاضلي أي أنه يقوم بضرب إشارة الخطأ في رقم ثابت K_P بالإضافة إلى تفاضلها كما هو مبين بالشكل (٢- ٢٦).



شكل(2-26) نظام تحكم باستخدام المتحكم التناسبي التفاضلي

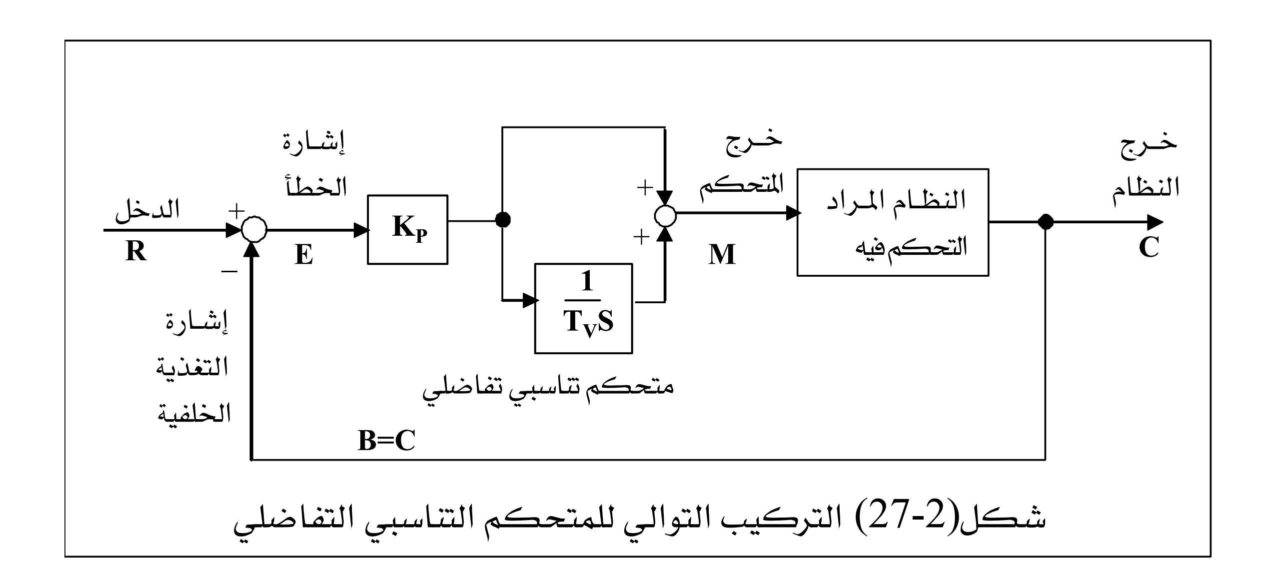
ويتضح العمل الأساسي لهذا المتحكم من المعادلات الآتية:

$$m(t) = K_P e(t) + K_D \frac{d}{dt} e(t) \qquad (36\text{-}2)$$

$$M(s) = K_P E(S) + K_D SE(s)$$

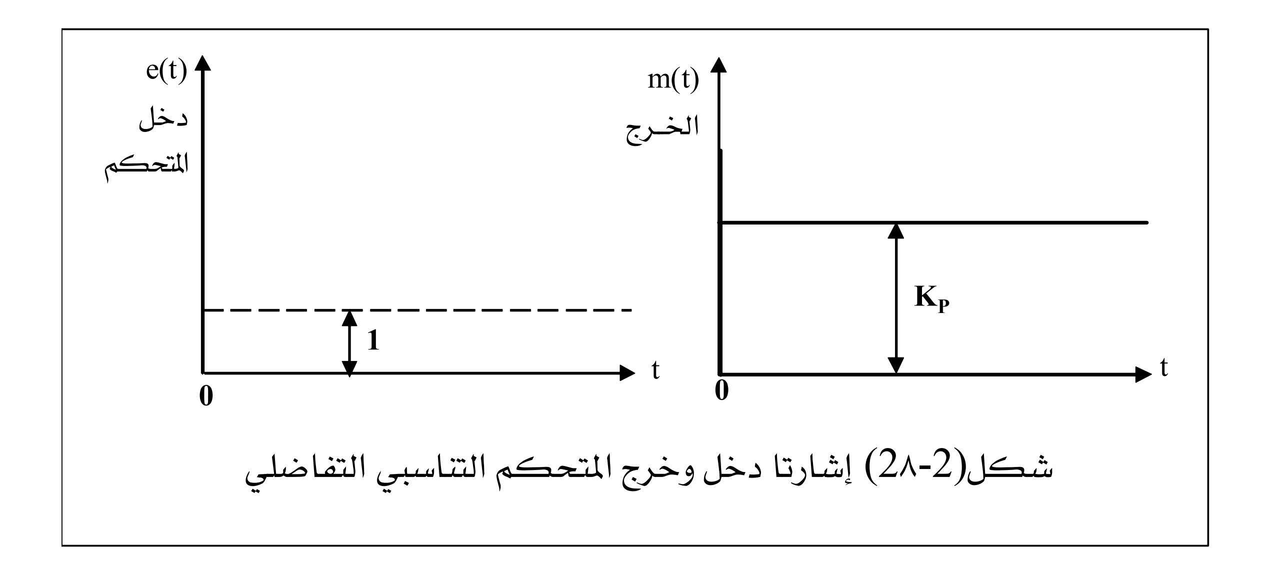
$$\frac{M(s)}{E(S)} = K_P + K_D S \qquad (37\text{-}2)$$

ويبين شكل (2-27) المتحكم التناسبي التفاضلي في حالة التركيب التوالي. ويسمى T_v زمن التفاضلي. وفي الحياة العملية فإنه يمكن ضبط قيم كل من K_P T_v,.



شكل(2-27) التركيب التوالي للمتحكم التناسبي التفاضلي

وبدراسة الشكل (2-28) الذي يوضح إشارات الدخل والخرج للمتحكم التناسبي التفاضلي نجد أنه عندما تكون إشارة دخل المتحكم (إشارة الخطأ) عبارة عن حالة قفزة قدرها الوحدة نجد أن التأثير السائد هو فعل المتحكم التناسبي أما المتحكم التفاضلي فإن تأثيره يظهر فقط في البداية عند (t=0) أي أثناء تغير إشارات الدخل للمتحكم.



شكل(2-٢٨) إشارتا دخل وخرج المتحكم التناسبي التفاضلي

أما إذا كانت إشارات دخل المتحكم التناسبي التفاضلي عبارة عن دالة انحدار قدرها واحد فإن إشارة الخرج تكون:

$$m(t) = K_P t + K_D \frac{dt}{dt}$$

$$m(t) = K_P t + K_D \qquad (38\text{-}2)$$

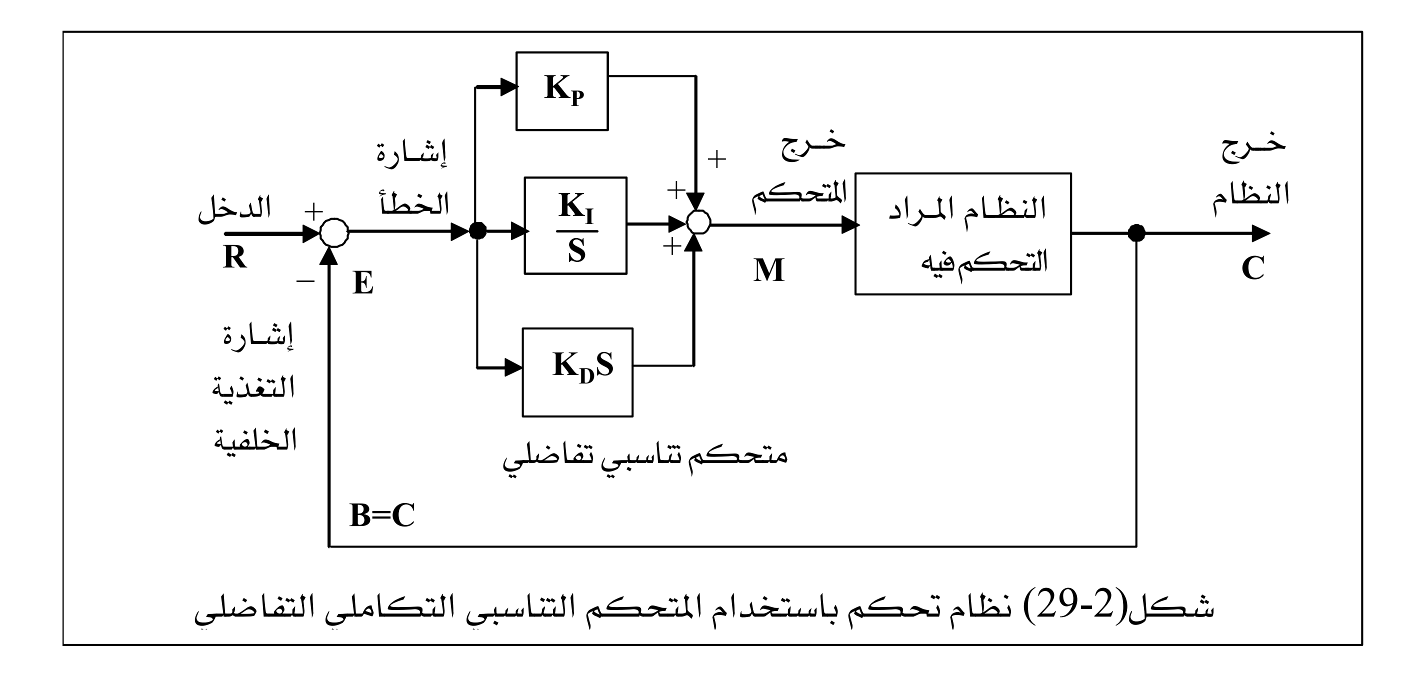
وعلى ذلك تكون إشارات دخل وخرج المتحكم كما هو مبين في الشكل(2-28) ويلاحظ أن فعل المتحكم التفاضلي يسبق فعل التحكم التناسبي بالفترة الزمنية التي تسمى زمن التفاضل T_v .

٢- ٤- ٧. المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي PID-Controller

وتعتمد نظرية عمل هذا النوع على كل من فعل المتحكم التناسبي والمتحكم التكاملي والمتحكم التفاضلي وهذا النوع يجمع مزايا ثلاثة أنواع كما هو مبين بالشكل (2-29). ويتضح أساس عمله من المعادلة (2-39) التالية:

$$m(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t)dt + K_D \frac{d}{dt} e(t) \qquad (39\text{-}2)$$

حيث إن((m(t)) هي إشارة الخرج لمتحكم ، e(t) هي إشارة دخل المتحكم (إشارة الخطأ).

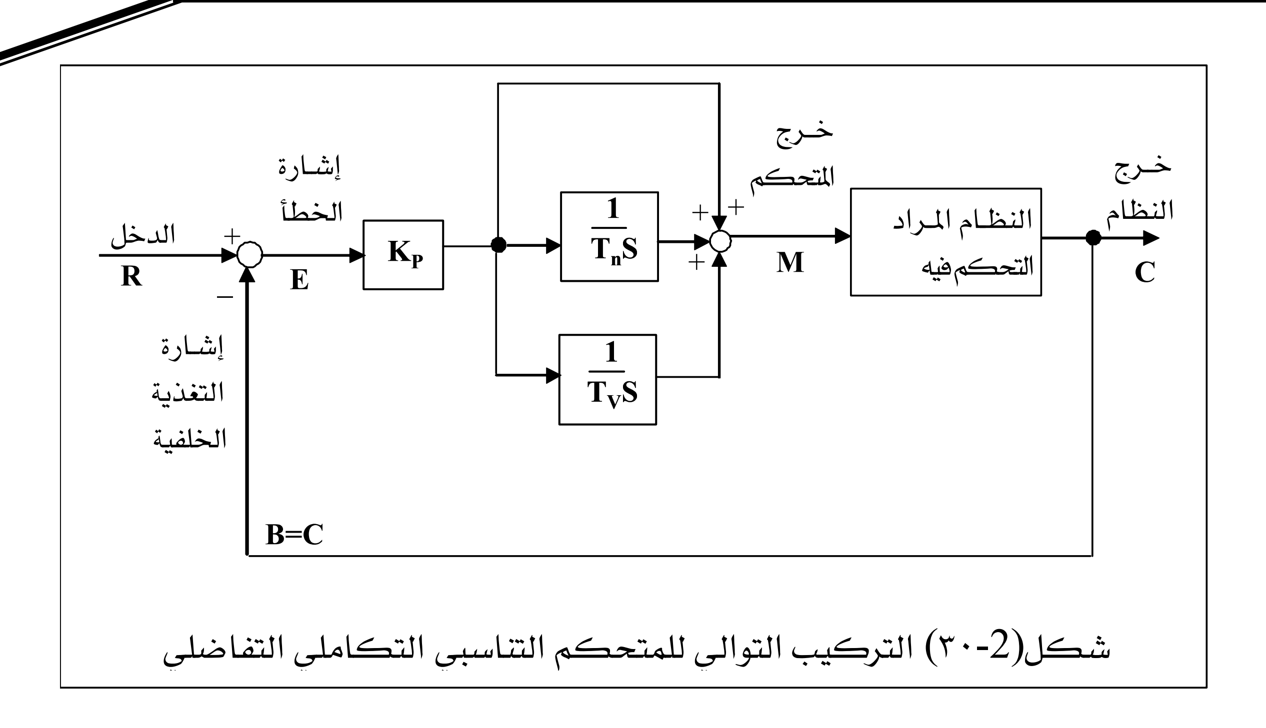


شكل(2-29) نظام تحكم باستخدام المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي

ويلاحظ أن K_P هو كسب المتحكم التناسبي و K_I هو كسب المتحكم التكاملي و K_D هو كسب المتحكم التفاضلي ولإيجاد دالة التحويل لهذا المتحكم نجري التحويل اللابلاسي للمعادلة السابقة (٢- ٣٩) مع فرض أن جميع القيم الابتدائية تساوي الصفر فينتج أن:

$$\frac{M(s)}{E(S)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D S \qquad (40\text{-}2)$$

ويبين شكل (2-30) المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي في حالة التركيب التوالي والأكثر شيوعا في الحياة العملية.



شكل(2-٣٠) التركيب التوالي للمتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي

وبإعادة كتابة المعادلة (2-40) السابقة بد ضرب الحد الثاني والثالث للطرف الأيمن في ($\frac{K_P}{K_P}$) ونختصر المعادلة ينتج التالي:

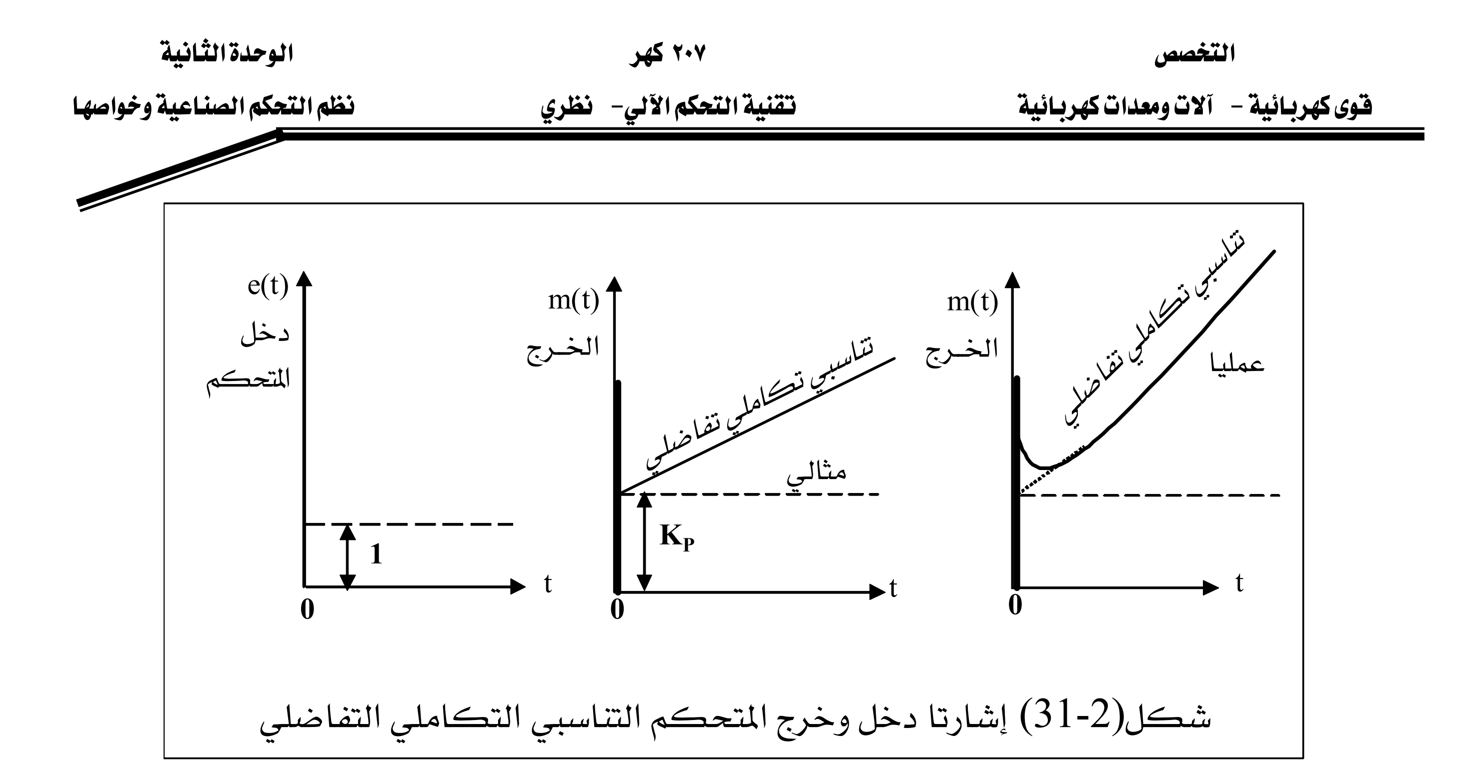
$$\frac{M(s)}{E(S)} = K_P + \frac{K_I}{s}\frac{K_P}{K_P} + K_D S \frac{K_P}{K_P}$$

$$\frac{M(s)}{E(S)} = K_P (1 + \frac{1}{T_n s} + T_v S \qquad (41\text{-}2)$$

حيث إن:

$$T_I = \frac{1}{K_I}, \quad T_n = T_I K_P, \quad T_v = \frac{K_D}{K_P}$$

وفي الحياة العملية تزود المتحكمات بوسيلة لضبط كل من $K_P\ T_n, T_v$, ويلاحظ أن قيم K_P في هذا النوع من التركيب (تركيب التوالي) تؤثر على كل من المتحكم التناسبي والمتحكم التكاملي والمتحكم التفاضلي. أما قيمة T_n فإنها تؤثر فقط على المتحكم التكاملي وقيمة T_v تؤثر فقط على المتحكم التفاضلي. ويبين الشكل (2-31) إشارات الدخل والخرج للمتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي في حالة ما تكون إشارة الدخل عبارة عن دالة قفزة قيمتها الوحدة.



شكل(2-31) إشارتا دخل وخرج المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي

وعلى ذلك فإن هذا النوع من المتحكمات يعتبر من أكثر المتحكمات استخداما نظرا لجمعه لمزايا الثلاثة أنواع السابقة حيث إنه يعطي أداء أكثر استقرارا.

تمارين

١- أوجد قيم الأقطاب والأصفار Poles and zeros للدوال التالية مع رسم هذه القيم على المستوى المركب s-plane:

$$(a)\quad G(s)=\frac{10(s+2)}{s^2(s+1)(s+10)} \qquad (b)\quad G(s)=\frac{10s(s+1)}{(s+2)(s^2+3s+2)}$$

$$(c)\quad G(s)=\frac{10(s+2)}{s(s^2+2s+2)} \qquad (d)\quad G(s)=\frac{e^{-2t}}{10s(s+1)(s+2)}$$

٢- أوجد التحويل اللابلاسي للدوال التالية:

$$(a)\quad g(t)=5te^{-5t}u(t) \qquad (b)\quad g(t)=(t\sin 2t+e^{-2t})u(t)$$

$$(c)\quad g(t)=2e^{-2t}\sin 2tu(t) \qquad (d)\quad g(t)=\sin 2t\cos 2tu(t)$$

٣- أوجد تحويل لابلاس العكسي للدوال التالية:

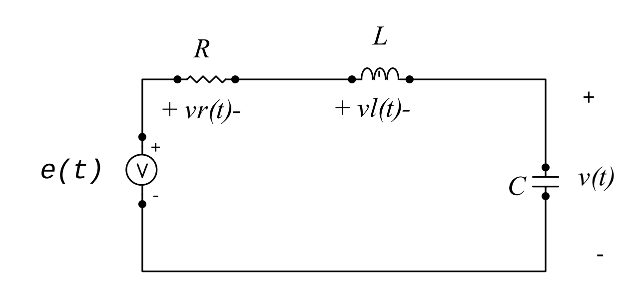
$$(a)\quad G(s)=\frac{1}{s\;(s+2)(s+3)} \qquad (b)\quad G(s)=\frac{10}{(s+1)^2(s+3)}$$

$$(c)\quad G(s)=\frac{100(s+2)}{s(s^2+4)(s+1)} \qquad (d)\quad G(s)=\frac{2(s+1)}{s(s^2+S+2)}$$

$$(e)\quad G(s)=\frac{1}{(s+1)^3} \qquad (f)\quad G(s)=\frac{2(s^2+s+1)}{s(s+1.5)(s^2+5s+5)}$$

٤- أوجد دالة النقل النهائية للدائرة الكهربائية المبينة بالشكل التالي علما بأن:

$$r=10\Omega,\quad L=0.1H,\quad C=100\mu F$$



٥- يتكون المتحكم التناسبي التكاملي من جزأين متحكم تناسبي بالإضافة إلى متحكم تكاملي.

ا- اشرح فكرة عمل هذا المتحكم مع ذكر مميزاته وعيوبه إن وجدت.

ب - اكتب المعادلات التفاضلية التي توصف هذا المتحكم مع توضيح المخطط الصندوقي لهذا المتحكم.

ج- اشرح مع الرسم العلاقة بين دخل وخرج المتحكم في حالة ما يكون الدخل دالة القفزة قدرها الوحدة.

٦- يتكون المتحكم التناسبي التفاضلي من جزئين متحكم تناسبي بالإضافة إلى متحكم تفاضلي.

أ- اشرح فكرة عمل هذا المتحكم مع ذكر مميزاته وعيوبه ان وجدت.

ب - اكتب المعادلات التفاضلية التي توصف هذا المتحكم مع توضيح المخطط الصنوقي لهذا المتحكم.

ج- اشرح مع الرسم العلاقة بين دخل وخرج المتحكم في حالة ما يكون الدخل دالة القفزة قدرها الوحدة.

٧- يتكون المتحكم التناسبي التكاملي التفاضلي من ثلاثة أجزاء متحكم تناسبي بالإضافة إلى متحكم تكاملي وكذلك متحكم تفاضلي.

ا- اشرح فكرة عمل هذا المتحكم مع ذكر مميزاته وعيوبه ان وجدت.

ب - اكتب المعادلات التفاضلية التي توصف هذا المتحكم مع توضيح المخطط الصندوقي لهذا المتحكم.

ج- اشرح مع الرسم العلاقة بين دخل وخرج المتحكم في حالة ما يكون الدخل دالة القفزة قدرها الوحدة.